**Soru 1)** Bir maddesel nokta bir doğru üzerinde $a = -0,2V^2$ ivme –hız bağlantısı ile hareket ediyor. $t = 0$ da konum $s = 0$ ve hız $V = 20\,m/s$ olduğuna göre $t = 2$ deki konumu hızı ve ivmeyi hesaplayınız.

**Çözüm:**

$$\frac{dV}{dt} = -0.2V^2 \Rightarrow \int_0^t dt = -5\int_{20}^V \frac{dV}{V^2} \Rightarrow t = 5\left(\frac{1}{V}\right)_{20} = 5\left(\frac{1}{V} - \frac{1}{20}\right)$$

$$t = \frac{5}{V} - \frac{5}{20} \Rightarrow \frac{5}{V} = t + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{V}{5} = \frac{1}{t + \frac{1}{4}} \Rightarrow V = \frac{5}{t + \frac{1}{4}}$$

$$\frac{ds}{dt} = V \Rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{5}{t + \frac{1}{4}} \Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^{t + \frac{1}{4}} dt \Rightarrow s = 5\ln(t + \frac{1}{4})$$

$$s = 5[\ln(t + \frac{1}{4}) - \ln(1/4)] \Rightarrow s = 5\ln(4t + 1), \quad V = \frac{20}{4t + 1}$$

$t = 2$ de $s = 5\ln 9, \quad s = 10,99\,m, \quad V = \frac{20}{9}, \quad V = 2,22\,m, \quad a = -0,2(2,22)^2$

$a = -0,99\,m/s^2$
Soru 2) Şekilde gösterildiği gibi \( P_1 \) maddesel noktası \( d_1 \) doğrusu üzerinde 

\[
 s = 10 + 8 \sin \frac{\pi}{12} \ t \quad \text{konum-zaman bağlantısına göre} \quad P_2 \quad \text{maddesel noktası ise} \quad \text{xy düzleminde}
\]

bulunan \( R = 12 \text{cm} \). yarıçaplı bir çember üzerinde \( \theta = \frac{\pi}{27} \ t^2 \) açı-zaman bağlantısına göre hareket etmektedir. \( t = 3 \) için \( P_2 \) maddesel noktasının \( P_1 \) maddesel noktasına göre bağlı yer, hız, ivme vektörlerini ve aralarındaki uzaklığı bulunuz.

![Diagram](https://via.placeholder.com/150)

Çözüm:

\[
 \vec{r}_{P_2/P_1} = \vec{r}_{P_2} - \vec{r}_{P_1} , \quad \vec{r}_{P_2} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP_2} , \quad \overrightarrow{OC} = 20 \hat{i} + 16 \hat{j} , \quad \overrightarrow{CP_2} = R \cos \theta \hat{i} + R \sin \theta \hat{j}
\]

\[
 \vec{r}_{P_2} = (20 + 12 \cos \theta) \hat{i} + (16 + 12 \sin \theta) \hat{j} \quad \vec{r}_{P_1} = \overrightarrow{OA} + s \vec{U}_{AB} \quad \vec{U}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}
\]

\[
 \vec{U}_{AB} = \frac{-20 \hat{i} + 10 \hat{k}}{\sqrt{20^2 + 10^2}} , \quad \vec{U}_{AB} = \frac{-2 \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{k}}{\sqrt{5}} , \quad \vec{r}_{P_1} = (20 - \frac{2}{\sqrt{5}} s) \hat{i} + \frac{1}{\sqrt{5}} s \hat{k}
\]

\[
 \vec{r}_{P_2/P_1} = (12 \cos \theta + \frac{2}{\sqrt{5}} s) \hat{i} + (16 + 12 \sin \theta) \hat{j} - \frac{1}{\sqrt{5}} s \hat{k} , \quad t = 3 \text{de} \quad \theta = \frac{\pi}{3} \quad , \quad s = 10 + 4\sqrt{2}
\]

\[
 \vec{r}_{P_2/P_1} = (6 + \frac{2}{\sqrt{5}} (10 + 4\sqrt{2}) \hat{i} + (16 + 6\sqrt{3}) \hat{j} - \frac{1}{\sqrt{5}} (10 + 4\sqrt{2}) \hat{k} \quad \vec{r}_{P_2/P_1} = 20 \hat{i} + 26,4 \hat{j} - 7 \hat{k}
\]

\[
 \vec{V}_{P_2/P_1} = (-12 \hat{\theta} \sin \theta + \frac{2}{\sqrt{5}} \hat{V}) \hat{i} + 12 \hat{\theta} \cos \theta \hat{j} - \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{V} \hat{k} , \quad \hat{\theta} = \frac{2\pi}{27} \ t , \quad \hat{V} = \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{12} \ t
\]

\[
 t = 3 \text{de} \quad \hat{\theta} = \frac{2\pi}{9} \quad , \quad \hat{V} = \frac{\pi}{3} \sqrt{2} \quad , \quad \vec{V}_{P_2/P_1} = (-12 \frac{2\pi}{9} \hat{i} + \frac{2}{\sqrt{5}} \hat{V} \hat{j} + 12 \frac{2\pi}{9} \hat{k} - \frac{1}{\sqrt{5}} \hat{V} \hat{k}
\]

\[
 \vec{V}_{P_2/P_1} = -5,93 \hat{i} + 4,19 \hat{j} - 0,66 \hat{k}
\]

\[
 \vec{a}_{P_2/P_1} = (-12 \hat{\theta} \sin \theta - 12 \hat{\theta}^2 \cos \theta + \frac{2}{\sqrt{5}} a) \hat{i} + (12 \hat{\theta} \cos \theta - 12 \hat{\theta}^2 \sin \theta) \hat{j} - \frac{1}{\sqrt{5}} a \hat{k}
\]

\[
 \hat{\theta} = \frac{2\pi}{27} \quad , \quad a = \frac{\pi^2}{18} \sin \frac{\pi}{12} \ t \quad , \quad t = 3 \text{de} \quad \hat{\theta} = \frac{2\pi}{27} \quad , \quad a = \frac{\pi^2}{36} \sqrt{2}
\]

\[
 \vec{a}_{P_2/P_1} = (-12 \frac{2\pi}{27} \sqrt{3} \hat{i} - 12 \frac{4\pi^2}{81} \hat{i} + \frac{2}{\sqrt{5} 36} \hat{V} \hat{j} + (12 \frac{2\pi}{27} \hat{i} - 12 \frac{4\pi^2}{81} \hat{V} \hat{j} - \frac{1}{\sqrt{5} 36} \hat{V} \hat{k}
\]

\[
 \vec{a}_{P_2/P_1} = -5,7 \hat{i} - 3,7 \hat{j} + 0,17 \hat{k} \quad , \quad \vec{P}_1 P_2 = |P_{P_2/P_1}| = \sqrt{20^2 + 26,4^2 + 7^2} \quad , \quad \vec{P}_1 P_2 = 33,85 \text{ cm}
SORU 3) Şekildeki mekanizmada dairesel levhanın merkezin hızı sola doğru \( V_C = 2 \text{ cm/s} \) (sabit) olduğuna göre AB çubuğunun verilen konum için

a) açısal hızını b) açısal ivmesini bulunuz

\[ R = 10 \text{ cm}. \]
\[ \overline{AB} = 24 \text{ cm}. \]
\[ \overline{BC} = 46 \text{ cm}. \]

\[ \theta = 60^0 \] için

a) \( \omega_{AB} = ? \)
b) \( \alpha_{AB} = ? \)

Çözüm:

\[ \omega_{BC} = \omega_{BC} \]

\[ \overline{IC} = \overline{IE} - R, \quad \overline{IE} = \overline{AE} \tan \theta, \quad \overline{AE} = \overline{BC} \cos \varphi + \overline{AB} \cos \theta, \quad \cos \varphi = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \]

\[ \overline{CD} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BD}^2}, \quad \overline{BD} = \overline{AB} \sin \theta - R, \quad \overline{BD} = 10,785 \text{ cm}, \quad \overline{CD} = 44,718 \text{ cm}, \]
\[ \overline{AE} = 56,718 \text{ cm}, \quad \overline{IE} = 98,238 \text{ cm}, \quad \overline{IC} = 88,238 \text{ cm}, \quad \overline{IA} = \frac{\overline{AE}}{\cos \theta}, \quad \overline{IA} = 113,436 \text{ cm} \]
\[ \overline{IB} = 89,436 \text{ cm}, \quad \varphi = 13,659^0, \quad \omega_{BC} = \frac{\overline{V}_C}{\overline{IC}}, \quad \omega_{BC} = \frac{2}{88,238}, \quad \omega_{BC} = 0,0227 \text{ rad/s} \]
\[ \overline{V}_B = \overline{IB} \omega_{BC}, \quad \overline{V}_B = 2,027 \text{ cm/s}, \quad \omega_{AB} = 0,0845 \text{ rad/s} \]

b) \( \vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{B/C}, \quad \vec{a}_C = \vec{0} \) (C nin hareketi doğrusal hızının şiddeti sabit old.)
\[ \vec{a}_B = \alpha_{AB} \vec{k} \land \overline{AB} + \vec{a}_{AB} \land \vec{V}_B, \quad \vec{a}_{B/C} = \vec{a}_{BC} \land \overline{BC} + \vec{a}_{BC} \land \vec{V}_{B/C} \]
\[ \vec{V}_B = \overline{V}_B \sin \theta \hat{i} - \overline{V}_B \cos \theta \hat{j}, \quad \vec{V}_B = 1,76 \hat{i} - 1,01 \hat{j}, \quad \vec{V}_C = 2 \hat{i}, \quad \vec{V}_{B/C} = \vec{V}_B - \vec{V}_C \]
\[ \vec{V}_{B/C} = -0,24 \hat{i} - 1,01 \hat{j}, \quad \overline{AB} = \overline{AB} \cos \theta \hat{i} + \overline{AB} \sin \theta \hat{j}, \quad \overline{AB} = 12 \hat{i} + 12 \sqrt{3} \hat{j} \]
\[ \overline{CB} = \overline{BC} \cos \varphi \hat{i} + \overline{BC} \sin \varphi \hat{j}, \quad \overline{CB} = 46 \cos 13,659^0 \hat{i} + 46 \sin 13,659^0 \hat{j} \]
\[ \overline{CB} = 44,7 \hat{i} + 10,86 \hat{j} \]
$$\ddot{a}_b = \alpha_{AB} \vec{k} \wedge (12 \vec{i} + 12\sqrt{3} \vec{j}) - 0,0845 \vec{k} \wedge (1,76 \vec{i} - 1,01 \vec{j})$$

$$\ddot{a}_b = (-12\sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,085) \vec{i} + (12 \alpha_{AB} - 0,149) \vec{j}$$

$$\ddot{a}_{B/C} = \alpha_{BC} \vec{k} \wedge (44,7 \vec{i} + 10,86 \vec{j}) + 0,0227 \vec{k} \wedge (-0,24 \vec{i} - 1,01 \vec{j})$$

$$\ddot{a}_{B/C} = (-10,86 \alpha_{BC} + 0,023) \vec{i} + (44,7 \alpha_{BC} - 0,00545) \vec{j}$$

$$\ddot{a}_b = (-12\sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,085) \vec{i} + (12 \alpha_{AB} - 0,149) \vec{j} = (-10,86 \alpha_{BC} + 0,023) \vec{i} + (44,7 \alpha_{BC} - 0,00545) \vec{j}$$

$$\begin{align*}
-12\sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,085 &= -10,86 \alpha_{BC} + 0,023 \\
+ \sqrt{3} (12 \alpha_{AB} - 0,149) &= \sqrt{3} (44,7 \alpha_{BC} - 0,00545)
\end{align*}$$

$$66,56 \alpha_{BC} = -0,3566 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{BC} = -0,00544 \text{ rad/s}^2$$
Soru 1) Bir maddesel nokta bir doğru üzerinde \( a = 12s^{3/2} \) ivme-konum bağıntısı ile hareket ediyor. \( t = 0 \) da konum \( s = 0 \) ve hız \( V = 0 \) olduğuna göre \( t = 2 \) deki konumu hızı ve ivmeyi hesaplayınız.

Çözüm:

\[
\begin{align*}
a &= \frac{VdV}{ds}, \quad \int_0^V VdV = 120 \int_0^S s^{1/2} ds \\
&\Rightarrow \frac{1}{2}V^2 = 12 \frac{2}{3}S^{3/2} \\
v^2 &= 16s^{3/2}, \quad V = 4s^{3/4}, \quad V = \frac{ds}{dt} \Rightarrow dt = \frac{ds}{V} \\
\int_0^t dt &= \frac{1}{4} \int_0^S s^{-3/4} ds \\
&\Rightarrow t = \frac{1}{4} (4) s^{1/4} \Rightarrow s = t^4, \quad V = 4t^3, \quad a = 12t^2 \\
t &= 2 \text{ de } s = 2^4, \quad s = 16m, \quad V = 4 \times 2^3, \quad V = 32m/s, \quad a = 12 \times 2^2, \quad a = 48m/s^2
\end{align*}
\]
SORU 2) Şekilde gösterildiği gibi \( P_1 \) maddesel noktası \( d_1 \) doğrusu üzerinde \( s = 14 + 12\sin\frac{\pi}{12}t \) konum-zaman bağıntısına göre \( P_2 \) maddesel noktası ise \( xy \) düzleminde bulunan \( R = 16\text{cm.} \) yarıçaplı bir çember üzerinde \( \theta = \frac{\pi}{27}t^2 \) açı-zaman bağıntısına göre hareket etmektedir. \( t = 3 \) için \( P_2 \) maddesel noktasının \( P_1 \) maddesel noktasına göre bağıl yer, hız, ivme vektörlerini ve aralarındaki uzaklığı bulunuz.

\[
\begin{align*}
\vec{\ddot{r}}_{P_2/P_1} &= \vec{\ddot{r}}_{P_2} - \vec{\ddot{r}}_{P_1}, \quad \vec{\dot{r}}_{P_2} = (24 + 16\cos 0)\vec{i} + (20 + 16\sin 0)\vec{j}, \quad \vec{\ddot{r}}_{P_1} = \overrightarrow{OA} + s \vec{U}_{AB} \\
\vec{U}_{AB} &= \frac{-24\vec{i} + 15\vec{k}}{\sqrt{24^2 + 15^2}}, \quad \vec{\dot{r}}_{P_1} = (24 - 0,848s)\vec{i} + 0,53s\vec{k} \\
\vec{\ddot{r}}_{P_2/P_1} &= (16\cos 0 + 0,848s)\vec{i} + (20 + 16\sin 0)\vec{j} - 0,53s\vec{k} \\
t &= 3 \text{ de } \dot{\theta} = \frac{\pi}{3}, \quad s = 14 + 6\sqrt{2} \\
\vec{\ddot{r}}_{P_2/P_1} &= [24 + 16\cos\frac{\pi}{3} + 0,848(14 + 6\sqrt{2})]\vec{i} + (20 + 16\sin\frac{\pi}{3})\vec{j} - 0,53(14 + 6\sqrt{2})\vec{k} \\
\vec{\ddot{r}}_{P_2/P_1} &= 51,07\vec{i} + 33,86\vec{j} - 11,92\vec{k} \\
\vec{\ddot{V}}_{P_2/P_1} &= (-16\dot{\theta}\sin 0 + 0,848 V)\vec{i} + 16\dot{\theta}\cos 0\vec{j} - 0,53 V\vec{k}, \quad \dot{\theta} = \frac{2\pi}{27}t, \quad V = \pi\cos\frac{\pi}{12}t \\
t &= 3 \text{ de } \dot{\theta} = \frac{2\pi}{9} \text{ rad/s}, \quad V = \pi\cos\frac{\pi}{6} \\
\vec{\ddot{V}}_{P_2/P_1} &= (-16\frac{2\pi}{9}\sin\frac{\pi}{3} + 0,848\pi\cos\frac{\pi}{6})\vec{i} + 16\frac{2\pi}{9}\cos\frac{\pi}{3}\vec{j} - 0,53\pi\cos\frac{\pi}{6}\vec{k} \\
\vec{\ddot{V}}_{P_2/P_1} &= -7,366\vec{i} + 5,585\vec{j} - 1,442\vec{k} \\
\vec{a}_{P_2/P_1} &= (-16\dot{\theta}\sin 0 - 16\dot{\theta}^2\cos 0 + 0,848 a)\vec{i} + (16\dot{\theta}\cos 0 - 16\dot{\theta}^2\sin 0)\vec{j} - 0,53a\vec{k} \\
\dot{\theta} &= \frac{2\pi}{27}, \quad a = -\frac{\pi^2}{12}\sin\frac{\pi}{12}t 
\end{align*}
\]
\[ t = 3 \, \text{de}, \quad a = -\frac{\pi^2}{24}\sqrt{2} \]

\[ \vec{a}_{p_2/p_1} = \left[ -16\frac{2\pi}{27}\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - 16\left(\frac{2\pi}{9}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 0,848 \left(-\frac{\pi^2}{24}\sqrt{2}\right) \right] \vec{i} + \\
+ \left[ 16\frac{2\pi}{27}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 16\left(\frac{2\pi}{9}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] \vec{j} - 0,53\left(-\frac{\pi^2}{24}\sqrt{2}\right) \vec{k} \]

\[ \vec{a}_{p_2/p_1} = -7,62 \vec{i} - 4,89 \vec{j} + 0,31 \vec{k} \]
SORU 3 ) Şekildeki mekanizmada dairesel levhanın merkezin hızı sola doğru $V_D = 2\, cm / s$ (sabit) olduğuna göre AB çubuğunun verilen konum için

b) açısal hızı
c) açısal ivmesini bulunuz

$R = 10\, cm.$
$AB = 30\, cm.$
$BC = 40\, cm.$

$\theta = 60^0$ için

a) $\omega_{AB} = ?$
b) $\alpha_{AB} = ?$

Çözüm:

$I_D = \omega_D R$ , $V_C = \omega_D \frac{\omega_B C}{IC} \Rightarrow V_C = 2V_D$ , $V_C = 4\, cm / s$

$V_C = \omega_{BC} \frac{V_c}{IC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{V_c}{IC}$ , $\frac{\omega_C}{I_C} = \frac{I_I_D}{I_D} - 2 R$ , $\frac{I_I_D}{I_D} = A\frac{I_D}{I_D} \tan \theta$

$A\frac{I_D}{I_D} = AB \cos \theta + BC \cos \varphi$ , $\sin \varphi = \frac{EB}{BC}$ , $\frac{EB}{AB} = AB \sin \theta - 2R$ , $\frac{EB}{AB} = 30 \sin 60^0 - 2 \times 10$

$\frac{EB}{AB} = 5,981\, cm$ , $\sin \varphi = \frac{5,981}{40}$ , $\sin \varphi = 0,14896 \Rightarrow \varphi = 8,567^0$

$A\frac{I_D}{I_D} = 30 \cos 60^0 + 40 \cos 8,567^0$ , $A\frac{I_D}{I_D} = 54,554\, cm$ , $\frac{I_I_D}{I_D} = 54,554 \tan 60^0$

$\frac{I_I_D}{I_D} = 94,49\, cm$ , $\frac{I_C}{IC} = 94,49 - 2 \times 10$ , $\frac{I_C}{IC} = 74,49\, cm$ , $\omega_{BC} = \frac{4}{74,49}$

$\omega_{BC} = 0,0537\, rad / s$ , $V_B = \omega_{BC} I_B$ , $\frac{I_B}{I_A} = I_A - \frac{A\frac{I_D}{I_D}}{\cos \theta}$ , $\frac{I_A}{I_A} = \frac{54,554}{\cos 60^0}$ , $\frac{I_A}{I_A} = 109,11\, cm$ , $\frac{I_B}{I_B} = 109,11 - 30$ , $\frac{I_B}{I_B} = 79,11\, cm$ , $V_B = 0,0537 \times 79,11$

$V_B = 4,248\, cm / s$ , $V_B = \omega_{AB} A\frac{I_B}{AB}$ \Rightarrow $\omega_{AB} = \frac{V_B}{A\frac{I_B}{AB}}$ , $\omega_{AB} = \frac{4,248}{30} \Rightarrow \omega_{AB} = 0,142\, rad / s$
\[ \ddot{a}_B = \ddot{a}_C + \ddot{a}_{BC/C} , \quad \ddot{a}_b = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge \ddot{AB} - \omega_{AB} \wedge \ddot{V}_B , \quad \ddot{V}_B = V_B \sin \theta \ddot{t} - V_B \cos \theta \ddot{j} \]
\[ \ddot{V}_B = 4,248 \sin 60^\circ \ddot{t} - 4,248 \cos 60^\circ \ddot{j} , \quad \ddot{V}_B = 3,679 \ddot{t} - 2,124 \ddot{j} \]
\[ \ddot{AB} = \ddot{AB} \cos 0 \ddot{t} + \ddot{AB} \sin 0 \ddot{j} , \quad \ddot{AB} = 30 \cos 60^\circ \ddot{t} + 30 \sin 60^\circ \ddot{j} , \quad \ddot{AB} = 15 \ddot{t} + 15 \sqrt{3} \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_b = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge (15 \ddot{t} + 15 \sqrt{3} \ddot{j}) - 0,142 \ddot{k} \wedge (3,679 \ddot{t} - 2,124 \ddot{j}) \]
\[ \ddot{a}_b = (-15 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,302) \ddot{t} + (15 \alpha_{AB} - 0,522) \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_c = R \alpha_D \ddot{t} - R \omega_D^2 \ddot{j} \quad \alpha_D = 0 \quad (V_D \text{ sabit ve dolayısıyla } \omega_D \text{ sabit olduğundan}) \]
\[ V_D = R \omega_D \quad \Rightarrow \quad \omega_D = \frac{V_D}{R} , \quad \ddot{a}_c = -\frac{V_D^2}{R} \ddot{j} , \quad \ddot{a}_c = -\frac{V_D^2}{R} \ddot{j} , \quad \ddot{a}_c = -0,4 \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_{BC/C} = \alpha_{BC} \ddot{k} \wedge \ddot{CB} + \omega_{BC} \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{BC/C} , \quad \ddot{CB} = \ddot{BC} \cos \varphi \ddot{i} + \ddot{BC} \sin \varphi \ddot{j} \]
\[ \ddot{CB} = -40 \cos 8,567^\circ \ddot{t} + 40 \sin 8,567^\circ \ddot{j} , \quad \ddot{CB} = -39,554 \ddot{t} + 5,959 \ddot{j} \]
\[ \ddot{V}_{BC/C} = \ddot{V}_B - \ddot{V}_C , \quad \ddot{V}_C = 4 \ddot{t} , \quad \ddot{V}_{BC/C} = -0,321 \ddot{t} - 2,124 \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_{BC/C} = \alpha_{BC} \ddot{k} \wedge (-39,554 \ddot{t} + 5,959 \ddot{j}) + 0,0537 \ddot{k} \wedge (-0,321 \ddot{t} - 2,124 \ddot{j}) \]
\[ \ddot{a}_{BC/C} = (-5,959 \alpha_{BC} + 0,114) \ddot{t} + (-39,554 \alpha_{BC} - 0,00172) \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_B = (-15 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,302) \ddot{t} + (15 \alpha_{AB} - 0,522) \ddot{j} = (-5,959 \alpha_{BC} + 0,114) \ddot{t} + (-39,554 \alpha_{BC} - 0,40172) \ddot{j} \]
\[ \begin{align*}
-15 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 0,302 & = -5,959 \alpha_{BC} + 0,114 \\
+ \sqrt{3}(15 \alpha_{AB} - 0,522) & = \sqrt{3}(39,554 \alpha_{BC} - 0,40172)
\end{align*}
\]
\[ \begin{align*}
\alpha_{BC} & = 0,0079 \text{ rad/s}^2 \\
\alpha_{AB} & = -0,0142 \text{ rad/s}^2 \\
74,469 \alpha_{BC} & = 0,59
\end{align*} \]
SORU 1) Bir maddesel nokta bir doğru üzerinde \( a = -\frac{\pi^2}{4} s \) ivme-konum bağıntısı ile hareket ediyor. \( t = 0 \) da konum \( s = 0 \) ve hız \( V = 6 \text{ m/s} \) olduğuna göre \( t = 0.5 \) deki konumu hızı ve ivmeyi hesaplayıniz.

Çözüm:

\( a \) yerine \( \frac{d^2s}{dt^2} \) yazılırsa \( a = -\frac{\pi^2}{4} s \) denklemi \( \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\pi^2}{4} s = 0 \) denklemine dönüşür. Bu denklemin genel çözümü

\[ s = A \cos \frac{\pi}{2} t + B \sin \frac{\pi}{2} t \]

şeklindedir. Buradan

\[ V = \frac{ds}{dt} = -\frac{\pi}{2} A \sin \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} B \cos \frac{\pi}{2} t \]

\( t = 0 \) da \( s = 0 \) \( \Rightarrow \) \( 0 = A \cos 0^\circ + B \sin 0^\circ \) \( \Rightarrow \) \( A = 0 \)

\( t = 0 \) da \( V = 6 \) \( \Rightarrow \) \( 6 = -\frac{\pi}{2} A \sin 0^\circ + \frac{\pi}{2} B \cos 0^\circ \) \( \Rightarrow \) \( B = \frac{12}{\pi} \)

\( s = \frac{12}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} t \), \( V = 6 \cos \frac{\pi}{2} t \), \( a = -3\pi \sin \frac{\pi}{2} t \)

\( t = 0,5 \) de \( s = \frac{12}{\pi} \sin \frac{\pi}{4} \), \( V = 6 \cos \frac{\pi}{4} \), \( a = -3\pi \sin \frac{\pi}{4} \), \( s = \frac{6\sqrt{2}}{\pi} \), \( s = 2,7 \text{ m} \).

\[ V = 3\sqrt{2} \text{ m/s} \], \( V = 4,24 \text{ m/s} \), \( a = -3\frac{\sqrt{2}}{2} \pi \), \( a = -6,66 \text{ m/s}^2 \)
SORU 2) Bir t anında xoy düzleminde bulunan OABC dördürtgen levhası Δ 
ekseni etrafında \( \omega = 10 \text{ Rad/s} \) sabit açısal hız ile dönüyor. Bu an için C
noktasının hız ve ivme vektörlerini ve Δ eksenine olan uzaklığını bulunuz.

Çözüm:
\[
\vec{V}_c = \omega \wedge \overrightarrow{OC}, \quad \vec{\omega} = \omega \vec{U}_\Delta, \quad \vec{U}_\Delta = \frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}, \quad \vec{\omega} = \frac{40}{5}\vec{i} + \frac{30}{5}\vec{j}, \quad \overrightarrow{OC} = 30\vec{j}
\]

\[
\vec{V}_c = \left(\frac{40}{5}\vec{i} + \frac{30}{5}\vec{j}\right) \wedge 30\vec{j}, \quad |\vec{V}_c| = r|\vec{\omega}| \Rightarrow r = \frac{|\vec{V}_c|}{|\vec{\omega}|}, \quad r = \frac{240}{10}
\]

\[
|\vec{r}| = 24 \text{ cm}
\]

\[\vec{a}_c = \vec{a} \wedge \overrightarrow{OC} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_c, \quad \alpha = 0 \ \ (\ \vec{\omega} \ \text{sabit olduğundan})
\]

\[\vec{a}_c = \left(\frac{40}{5}\vec{i} + \frac{30}{5}\vec{j}\right) \wedge 240\vec{k}, \quad |\vec{a}_c| = 1440\vec{i} - 1920\vec{j}
\]
SORU 3) Şekildeki mekanizmada dairesel levhanın merkezin hızı sola doğru \( V_D = 2 \text{ cm/s} \) (sabit) olduğuna göre AB çubuğunun verilen konum için

d) açısal hızını
e) açısal ivmesini bulunuz

\[ R = 10 \text{ cm}. \]
\[ \overline{BC} = 40 \text{ cm}. \]
\[ \theta = 60^\circ \] için

a) \( \omega_{AB} = ? \)
b) \( \alpha_{AB} = ? \)

Çözüm:

\[ \omega_{BC} = \frac{V_C}{IC} \]
\[ V_D = R \omega_D \Rightarrow V_C = 2V_D, \]
\[ V_C = IC \omega_{BC}, \]
\[ \omega_{BC} = \frac{V_C}{IC} \]
\[ V_B = \overline{IB} \omega_{BC} \quad \Rightarrow \quad V_B = \frac{V_C}{IC} \]
\[ \overline{IB} = \frac{BC}{\cos \theta}, \quad \overline{IB} = \frac{40}{\cos 60^\circ}, \quad \overline{IB} = 80 \text{ cm}. \]
\[ IC = IB \sin \theta, \quad IC = 80 \sin 60^\circ, \quad IC = 69,282 \text{ cm}. \]
\[ \omega_{BC} = 0,0577 \text{ rad/s}, \]
\[ V_B = 80 \times 0,0577, \]
\[ V_B = 4,619 \text{ cm/s}, \]
\[ \omega_{AB} = \frac{4,619}{23,1} \]
\[ \omega_{AB} = 0,2 \text{ rad/s}, \quad \omega_D = 0,2 \text{ rad/s} \]

b) \( \ddot{a}_B = \ddot{a}_C + \alpha_{BC} \times \ddot{V}_C \quad \Rightarrow \quad \ddot{a}_B = 0 \quad (\ddot{V}_D \text{ sabit olduğundan}), \]
\[ \ddot{a}_C = -0,4 \hat{j}, \quad \alpha_{BC} = \alpha_{BC} \hat{k} \wedge \overline{CB} + \omega_{BC} \hat{k} \wedge \ddot{V}_{B/C}, \]
\[ \ddot{V}_B = V_B \sin \theta \hat{i} - V_B \cos \theta \hat{j}, \quad \ddot{V}_B = 4 \hat{i} - 2,31 \hat{j}, \quad \ddot{V}_{B/C} = -2,31 \hat{j} \]
\[ \ddot{a}_B = \alpha_{BC} \hat{k} \wedge \overline{AB} - \alpha_{BC} \hat{k} \wedge \ddot{V}_B, \quad \overline{AB} = AB \cos \theta \hat{i} + AB \sin \theta \hat{j} \]
\[ \overrightarrow{AB} = 23,1 \cos 60^\circ \hat{i} + 23,1 \sin 60^\circ \hat{j}, \quad \overrightarrow{AB} = 11,55 \hat{i} + 20 \hat{j} \]

\[ \vec{a}_b = \alpha_{AB} \hat{k} \wedge (11,55 \hat{i} + 20 \hat{j}) - 0,2 \hat{k} \wedge (4 \hat{i} - 2,31 \hat{j}) \]

\[ \vec{a}_b = (-20 \alpha_{AB} - 0,462) \hat{i} + (11,55 \alpha_{AB} - 0,8) \hat{j} \]

\[ \vec{a}_b = (-20 \alpha_{AB} - 0,462) \hat{i} + (11,55 \alpha_{AB} - 0,8) \hat{j} = (-0,4 \hat{j}) + (0,133 \hat{i} - 40 \alpha_{BC} \hat{j}) \]

\[ (-20 \alpha_{AB} - 0,462) \hat{i} + (11,55 \alpha_{AB} - 0,8) \hat{j} = 0,133 \hat{i} - (40 \alpha_{BC} + 0,4) \hat{j} \]

\[ -20 \alpha_{AB} - 0,462 = 0,133 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = -0,03 \text{ rad} / s \]

\[ 11,55 \alpha_{AB} - 0,8 = -40 \alpha_{BC} - 0,4 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{BC} = 0,0014 \text{ rad} / s^2 \]
Soru 1: D diski ve ona mafsallı çubuktan oluşan mekanizmada şekilde gösterildiği anda D diskinin açısal hızı \( \omega_D = 6 \text{rad/s} \) ve açısal ivmesi \( \alpha_D = 2 \text{rad/s}^2 \) dir. Şekilde gösterildiği anda

a) AB çubuğunun açısal hızını
b) AB çubuğunun açısal ivmesini
c) AB çubuğunun orta noktas G nin ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

\[
\begin{align*}
V_A &= \frac{V_B}{IB} \\
\omega_{\text{ab}} &= \frac{8}{5} \sqrt{3} \\
\omega_{\text{ab}} &= 2,77 \text{rad/s} \\
V_A &= IA \omega_{\text{ab}} \\
V_A &= 50 \frac{8}{5} \sqrt{3} \\
V_A &= 80 \sqrt{3} \text{cm/s} \\
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{\beta/b} \\
\vec{a}_B &= -\alpha_D \hat{k} \land DB - \omega_D \hat{k} \land \vec{V}_B \\
\vec{a}_B &= -2k \land 40 \hat{i} - 6k \land (-240 \hat{j}) \\
\vec{v}_{B/A} &= -1440 \hat{i} - 80 \hat{j} \\
\vec{a}_A &= \alpha_{\text{ab}} \hat{k} \land AB + \omega_{\text{ab}} \hat{k} \land \vec{V}_{B/A} \\
\vec{v}_{B/A} &= \vec{V}_B - \vec{V}_A \\
\vec{v}_{B/A} &= -80 \sqrt{3} \hat{i} - 240 \hat{j} \\
\vec{V}_{B/A} &= -50 \sqrt{3} \hat{i} + 50 \hat{j} \\
\vec{v}_{B/A} &= \alpha_{\text{ab}} \hat{k} \land (-50 \sqrt{3} \hat{i} + 50 \hat{j}) + \frac{8}{5} \sqrt{3} \hat{k} \land (-80 \sqrt{3} \hat{i} - 240 \hat{j}) \\
\vec{v}_{B/A} &= (-50 \alpha_{\text{ab}} + 384 \sqrt{3}) \hat{i} + (-50 \sqrt{3} \alpha_{\text{ab}} - 384) \hat{j} \\
\vec{v}_{B/A} &= -1440 \hat{i} - 80 \hat{j} + [(-50 \alpha_{\text{ab}} + 384 \sqrt{3}) \hat{i} + (-50 \sqrt{3} \alpha_{\text{ab}} - 384) \hat{j}] \\
-1440 \hat{i} - 80 \hat{j} &= (-50 \alpha_{\text{ab}} + a_A + 384 \sqrt{3}) \hat{i} + (-50 \sqrt{3} \alpha_{\text{ab}} - 384) \hat{j} \\
-50 \alpha_{\text{ab}} + a_A + 384 \sqrt{3} &= -1440 \\
-50 \sqrt{3} \alpha_{\text{ab}} - 384 &= -80 \\
\alpha_{\text{ab}} &= \frac{80 - 384}{50 \sqrt{3}} \\
\alpha_{\text{ab}} &= -3,51 \text{rad/s}^2 \\
a_A &= -1929,6 \text{cm/s}^2
\end{align*}
\]

\[\]
c) $\ddot{a}_G = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{G/A}$, $\ddot{a}_A = -1929,6 \vec{i}$, $\ddot{a}_{G/A} = \alpha_{AB} \vec{k} \wedge \overrightarrow{AG} + \omega_{AB} \vec{k} \wedge \vec{V}_{G/A}$

$\vec{V}_{G/A} = \omega_{AB} \vec{k} \wedge \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} (-50\sqrt{3} \vec{i} + 50 \vec{j})$, $\overrightarrow{AG} = -25\sqrt{3} \vec{i} + 25 \vec{j}$

$\vec{V}_{G/A} = \frac{8}{5} \sqrt{3} \vec{k} \wedge (-25\sqrt{3} \vec{i} + 25 \vec{j})$, $\vec{V}_{G/A} = -40\sqrt{3} \vec{i} - 120 \vec{j}$

$\ddot{a}_{G/A} = -3,51 \vec{k} \wedge (-25\sqrt{3} \vec{i} + 25 \vec{j}) + \frac{8}{5} \sqrt{3} \vec{k} \wedge (-40\sqrt{3} \vec{i} - 120 \vec{j})$

$\ddot{a}_{G/A} = 420,3 \vec{i} - 40 \vec{j}$, $\ddot{a}_G = -1929,6 \vec{i} + (420,3 \vec{i} - 40 \vec{j})$

$\ddot{a}_G = -1509,3 \vec{i} - 40 \vec{j}$, $|\ddot{a}_G| = 1509,8 \text{ cm/s}^2$
**Soru 2:** Şekilde otomatik kaynak makinesi gösterilmektedir. İki kaynak ucu G ve H nin hareketi D hidrolik silindiri ve BC çubuğu ile kontrol edilmektedir. Silindir düzey düzlemdeki bir plakaya tesbit edilmişdir. Bu plaka Şekilde gösterildiği anda A etrafında pozitif yönde ω = 1,6 rad/s sabit açısal hız ile dönüyor. Aynı anda kaynak gurubunun EF uzunluğu 300mm/s sabit hız ile artmaktadır. Bu anda a) G ucunun hızını b) G ucunun ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

a) 
\[ \vec{V}_G = \vec{V}_{bağ} + \vec{V}_{sür} , \quad \vec{V}_{bağ} = \omega \vec{k} \times \overrightarrow{AG} , \quad \overrightarrow{AG} = 600\hat{i} + 400\hat{j} \]
\[ \vec{V}_{sür} = 1,6\vec{k} \times (600\hat{i} + 400\hat{j}) , \quad \vec{V}_{sür} = -640\hat{i} + 960\hat{j} , \quad \vec{V}_G = 300\hat{i} + (-640\hat{i} + 960\hat{j}) \]
\[ \vec{V}_G = -340\hat{i} + 960\hat{j} , \quad |\vec{V}_G| = 1018,43 \text{ mm/s} \]

b) 
\[ \ddot{a}_G = \ddot{a}_{bağ} + \ddot{a}_{sür} + \ddot{a}_{cor} , \quad \ddot{a}_{bağ} = \ddot{0} \text{ (} \vec{V}_{bağ} \text{ sabit ve bağlı hareket doğrusu olduğu için)} \]
\[ \ddot{a}_{sür} = \alpha \vec{k} \times \overrightarrow{AG} + \ddot{\omega} \vec{k} \times \vec{V}_{sür} , \quad \alpha = 0 \text{ (} \omega \text{ sabit olduğu için)} \]
\[ \ddot{a}_{sür} = 1,6\vec{k} \times (-640\hat{i} + 960\hat{j}) , \quad \ddot{a}_{sür} = -1536\hat{i} - 1024\hat{j} \]
\[ \ddot{a}_{cor} = 2\ddot{\omega} \vec{k} \times \vec{V}_{bağ} , \quad \ddot{a}_{cor} = 3,2\vec{k} \times 300\hat{i} , \quad \ddot{a}_{cor} = 960\hat{j} \]
\[ \ddot{a}_G = (-1536\hat{i} - 1024\hat{j}) + 960\hat{j} \]
\[ \ddot{a}_G = -1536\hat{i} - 64\hat{j} , \quad |\ddot{a}_G| = 1537,3 \text{ mm/s}^2 \]
**Soru 3:** 6kg Kütleli ve \( \ell = 20\text{cm} \) kenar uzunluklu kare şeklindeki homojen malzemeden yapılan aşağıdaki cismi A köşesi etrafında ilk hızız harekete bırakıyor. Cismin AB köşegeninin yatayla \( \theta \) açısı yaptığı anda A mesnetindeki tepki kuvvetini hesaplayınız.
\( \ell = 20\text{cm} \)
\( m = 6\text{kg} \)
\( \theta = 30^0 \)

Çözüm:

\[
\sum \vec{F} = m \vec{a}_G
\]
\[
\vec{a}_G = \vec{a} + \vec{\omega} \times \vec{V}
\]
\[
\vec{V}_G = \vec{\omega} \times \vec{AG} \quad \text{ve} \quad \vec{AG}_2 = \vec{AG} \cos \theta \hat{i} + \vec{AG} \sin \theta \hat{j} \quad \text{ve} \quad \vec{AG} = \frac{\vec{AB}}{2} \text{,} \quad \vec{AB} = \vec{\sqrt{21}} \text{,} \quad \vec{AG} = \frac{\sqrt{2}}{2}
\]
\[
\vec{AG}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 30^0 \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 30^0 \hat{j} \quad \text{ve} \quad \vec{AG}_2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4} \hat{j}
\]

\[
\sum M_A = I_A \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\sum M_A}{I_A} \text{,} \quad \sum M_A = mg \vec{AG} \cos \theta \text{,} \quad \sum M_A = \frac{\sqrt{6}}{4} mgl
\]
\[
I_A = I_G + m(\vec{AG})^2 \quad \text{ve} \quad I_G = \frac{1}{12} m l^2 + \frac{1}{12} m l^2 \quad \text{ve} \quad I_0 = \frac{1}{6} m l^2 \quad \text{ve} \quad I_A = \frac{1}{6} m l^2 + m(\frac{\sqrt{2}}{2})^2
\]
\[
I_A = \frac{1}{6} m l^2 + \frac{2}{4} m l^2 \quad \text{ve} \quad \alpha = \frac{\sqrt{6} mgl}{\frac{4}{3} m l^2} \quad \text{ve} \quad \alpha = \frac{3\sqrt{6} g}{8} \quad \text{ve} \quad \alpha = \frac{3\sqrt{6} 9,81}{8} 0,2
\]

\[
\alpha = 45,06 \text{ rad } / \text{s}^2 \quad \text{ve} \quad \tau_{(1)-(2)} = T_1 = T_2 \quad \text{ve} \quad T_1 = 0 \text{ (ilk hızlar sıfır olduğundan)}
\]
\[
\tau_{(1)-(2)} = mg \vec{AG} \sin \theta \quad \text{ve} \quad \tau_{(1)-(2)} = \frac{\sqrt{2}}{4} mgl \quad \text{ve} \quad T_2 = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 \quad \text{ve} \quad T_2 = \frac{1}{2} \frac{2}{3} m l^2 \omega^2
\]
\[
T_2 = \frac{2}{6} m l^2 \omega^2 \quad \text{ve} \quad \frac{\sqrt{2}}{4} mgl = \frac{2}{6} m l^2 \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{\sqrt{2} g}{41}} \quad \text{ve} \quad \omega = \sqrt{\frac{\sqrt{2} 9,81}{4 \times 0,2}}
\]
\[
\omega = 7,213 \text{ rad } / \text{s} \quad \text{ve} \quad \vec{V}_G = 7,213 \hat{k} \wedge (\frac{\sqrt{6}}{4} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4} \hat{j}) \quad \text{ve} \quad \vec{V}_G = -0,51 \hat{i} + 0,883 \hat{j}
\]
\[
\vec{a}_G = 45,06 \hat{k} \wedge (\frac{\sqrt{6}}{4} 0,2 \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{4} 0,2 \hat{j}) + 7,213 \hat{k} \wedge (-0,51 \hat{i} + 0,883 \hat{j})
\]
\[
\vec{a}_G = -9,555 \hat{i} + 1,84 \hat{j}
\]
\[
\sum F_x = m a_{G_x} \Rightarrow R_{A_x} = 6 \ast (-9,555) \Rightarrow R_{A_x} = -57,3 \text{N.}
\]
\[
\sum F_y = m a_{G_y} \Rightarrow R_{A_y} + m g = 6 \ast 1,84 \Rightarrow R_{A_y} = -47,82 \text{N.}
\]
\[
R_A = 74,6 \text{N.}
\]
MAKİNE 2 G4  2002-2003 GÜZ YARIYILI DİNAMİK DERSİ 2. VİZE SORULARI VE CEVAPLARI

**Soru 1:** AB çubuğunun A ucu sağa doğru sabit \( V_A = 2 \text{m/s} \) hızı ile hareket ediyor. Şekilde gösterildiği anda, a) AB çubuğunun açısal ivmesini hesaplayınız.
b) AB çubuğunun orta noktası G nin ivmesini hesaplayınız.

---

**Çözüm:**

![Diagram](image)

a) \( \ddot{a}_B = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{B/A} \), \( \ddot{a}_B = \ddot{a}_{BD} \wedge \ddot{B} + \dot{\omega}_{BD} \wedge \dot{\vec{V}}_B \), \( \ddot{a}_{B/A} = \ddot{a}_{AB} \wedge \ddot{A} + \dot{\omega}_{AB} \wedge \dot{\vec{V}}_{B/A} \)

\( \ddot{a}_A = 0 \) ( \( V_A \) sabit ve A noktasının hareketi doğrusal olduğundan)

\( \ddot{DB} = 1,25 \hat{j} \), \( \ddot{AB} = -\ddot{AB} \cos 30^\circ \hat{i} - \ddot{AB} \sin 30^\circ \hat{j} \), \( \ddot{AB} = -\frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{2} \hat{j} \)

I ani dönme merkezi olduğundan \( \ddot{\omega}_{AB} = 0 \), \( \ddot{\vec{V}}_B = \ddot{\vec{V}}_A = 2 \hat{i} \), \( \ddot{V}_{B/A} = \ddot{V}_B - \ddot{V}_A = 0 \)

\( V_B = BD \omega_{BD} \Rightarrow \omega_{BD} = \frac{V_B}{BD} , \quad \omega_{BD} = \frac{2}{1,25} , \quad \omega_{BD} = 1,6 \text{ rad} / \text{s} \)

\( \ddot{a}_B = \alpha_{BD} \hat{k} \wedge 1,25 \hat{j} - 1,6 \hat{k} \wedge 2 \hat{i} \), \( \ddot{a}_B = -1,25 \alpha_{BD} \hat{i} - 3,2 \hat{j} \)

\( \ddot{a}_{B/A} = \alpha_{AB} \hat{k} \wedge (-\frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{2} \hat{j}) \), \( \ddot{a}_{B/A} = \frac{3}{2} \alpha_{AB} \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} \hat{j} \)

\( \ddot{a}_B = -1,25 \alpha_{BD} \hat{i} - 3,2 \hat{j} = \frac{3}{2} \alpha_{AB} \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} \hat{j} \)

\[
\begin{align*}
\frac{3}{2} \alpha_{AB} &= -1,25 \alpha_{BD} \\
- \frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} &= -3,2
\end{align*}
\]

\( \frac{3}{2} \alpha_{AB} = 1,232 \text{ rad} / \text{s}^2 \)

\( - \frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} = -1,478 \text{ rad} / \text{s}^2 \)

b) \( \ddot{a}_G = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{G/A} \), \( \ddot{a}_{G/A} = \alpha_{AB} \hat{k} \wedge AG + \omega_{AB} \hat{k} \wedge \vec{V}_{G/A} \), \( \ddot{AG} = \frac{\ddot{AB}}{2} = -\frac{3}{4} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{4} \hat{j} \)

\( \ddot{a}_{G/A} = 1,232 \hat{k} \wedge (-\frac{3}{4} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{4} \hat{j}) \), \( \ddot{a}_G = 0,924 \hat{i} - 1,6 \hat{j} \), \( a_G = 1,848 \text{ m/s}^2 \)
**Soru 2:** Şekildeki vincin AB ulaşım kolumnun uzunluğu 150 mm/s sabit hızı ile artıyor. Aynı anda AB ulaşım kolu 0,075 rad/s. Sabit açısal hızı ile alçıyor. \( \theta = 30^0 \) olduğu bilindiğine göre
a) Ulaşım kolumnun B uç noktasının hızını hesaplayınız.
b) Ulaşım kolumnun B uç noktasının ivmesini hesaplayınız.

**Çözüm:**

a) \( \vec{V}_B = \vec{V}_{bağ} + \vec{V}_{sür} \) , \( \vec{V}_{bağ} = V_{bağ} \cdot (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) \) , \( \vec{V}_{bağ} = 75\sqrt{3} \hat{i} + 75 \hat{j} \)

\( \vec{V}_{sür} = \vec{ω} \times \overrightarrow{AB} \) , \( \vec{ω} = -0,075 \hat{k} \) , \( \overrightarrow{AB} = 6000*(\cos 0 \hat{i} + \sin 0 \hat{j}) \) , \( \overrightarrow{AB} = 3000\sqrt{3} \hat{i} + 3000 \hat{j} \)

\( \vec{V}_{sür} = -0,075 \hat{k} \times (3000\sqrt{3} \hat{i} + 3000 \hat{j}) \) , \( \vec{V}_{sür} = 225 \hat{i} - 389,71 \hat{j} \) , \( \vec{V}_B = 354,9 \hat{i} - 314,71 \hat{j} \)

\( \vec{V}_B = 474,3 \text{ mm/s} \)

b) \( \vec{a}_B = \vec{a}_{bağ} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} \) , \( \vec{a}_{bağ} = 0 \) ( \( V_{bağ} \) sabit ve bağlı hareket doğrusal olduğundan )

\( \vec{a}_{sür} = \alpha \hat{k} \times \overrightarrow{AB} + \vec{ω} \times \vec{V}_{sür} \) , \( \alpha = 0 \) ( \( \vec{ω} \) sabit olduğundan)

\( \vec{a}_{sür} = -0,075 \hat{k} \times (225 \hat{i} - 389,71 \hat{j}) \) , \( \vec{a}_{sür} = -29,23 \hat{i} - 16,875 \hat{j} \)

\( \vec{a}_{cor} = 2\vec{ω} \times \vec{V}_{bağ} \) , \( \vec{a}_{cor} = -0,15 \hat{k} \times (75\sqrt{3} \hat{i} + 75 \hat{j}) \) , \( \vec{a}_{cor} = 11,25 \hat{i} - 19,486 \hat{j} \)

\( \vec{a}_B = -17,98 \hat{i} - 36,36 \hat{j} \) , \( \vec{a}_B = 40,56 \text{ mm/s}^2 \)
Soru 3: $\ell$ uzunluğundaki çubuk ve $\ell/4$ kenar uzunluğundaki kare levhanın homojen malzemesine ait olup, aşağıdaki cisim ilk hızıyla hareket etmeye başlıyor. Cismin yatayla $\theta$ açısında A'nın tepki kuvvetini hesaplayınız.

$$\ell = 40\text{cm}.$$  
$m_{\text{çubuk}} = 3\text{kg}.$  
$m_{\text{kare}} = 9\text{kg}.$  
$\theta = 45^0$

Çözüm:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}_g$$

$$\vec{a}_g = \alpha \hat{k} \times \overrightarrow{AG} + \omega \hat{k} \times \vec{V}_G + \vec{V}_G = \omega \hat{k} \times \overrightarrow{AG},$$  
$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{m_c \overrightarrow{AG}_c} + m_k \overrightarrow{AG}_k$$

$$\overrightarrow{AG}_c = \frac{1}{2}\overrightarrow{i} , \quad \overrightarrow{AG}_c = 0,2\overrightarrow{i} , \quad \overrightarrow{AG}_k = (1-\frac{1}{8})\overrightarrow{i} + \frac{1}{8}\overrightarrow{j} , \quad \overrightarrow{AG}_k = 0,35\overrightarrow{i} + 0,05\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{AG}_1 = \frac{3(0,2\overrightarrow{i}) + 9(0,35\overrightarrow{i} + 0,05\overrightarrow{j})}{3 + 9} , \quad \overrightarrow{AG}_1 = 0,3125\overrightarrow{i} + 0,0375\overrightarrow{j} , \quad \overrightarrow{AG} = |\overrightarrow{AG}|$$

$$\overrightarrow{AG} = 0,314742\text{m} , \quad \varphi = \arctan \frac{0,0375}{0,3125} , \quad \varphi = 6,843^0$$

$$\overrightarrow{AG}_2 = \overrightarrow{AG}\cos(\theta + \varphi)\overrightarrow{i} + \overrightarrow{AG}\sin(\theta + \varphi)\overrightarrow{j} , \quad \overrightarrow{AG}_2 = 0,19445\overrightarrow{i} + 0,2475\overrightarrow{j}$$

$$\sum M_A = I_A \alpha \Rightarrow \alpha = \sum \frac{M_A}{I_A} , \quad \sum M_A = (m_c + m_k)g \overrightarrow{AG}\cos(\theta + \varphi)$$

$$\sum M_A = (3 + 9)9,81*0,314742\cos(45^0 + 6,843^0) , \quad \sum M_A = 22,8912\text{Nm}.$$ 

$$I_A = (I_A)_{\text{çubuk}} + (I_A)_{\text{kare}} + m_k (\overrightarrow{AG}_{\text{kare}})^2 , \quad I_A = \frac{1}{3}m_c \overrightarrow{i}^2 + 2\frac{1}{12}m_k (\frac{1}{4})^2 + m_k [(1-\frac{1}{8})^2 + (\frac{1}{8})^2]$$

$$I_A = \frac{1}{3}0,4^2 + \frac{1}{9}0,1^2 + 9(0,35^2 + 0,05^2) , \quad I_A = 1,3\text{kgm}^2, \quad \alpha = \frac{22,8912}{1,3}$$

$$\alpha = 17,609\text{rad} / \text{s}^2$$
\[ \tau_{(1) \rightarrow (2)} + T_1 = T_2 \quad , \quad T_1 = 0 \text{ (ilk hizlar sıfır olduğundan)} \quad , \quad T_2 = \frac{1}{2} I_a \omega^2 \]

\[ \tau_{(1) \rightarrow (2)} = mg h \quad , \quad h = \bar{AG} [\sin(\theta + \varphi) - \sin \varphi] \quad , \quad h = 0,21 m. \]

\[ \tau_{(1) \rightarrow (2)} = 12 \times 9,81 \times 0,21 = \frac{1}{2} I_a \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{24 \times 9,81 \times 0,21}{1,3}} \quad , \quad \omega = 6,167 \text{ rad }/\text{s} \]

\[ \vec{V}_G = 6,167 \vec{k} \wedge (0,19445 \vec{i} + 0,2475 \vec{j}) \quad , \quad \vec{V}_G = -1,5263 \vec{i} + 1,1992 \vec{j} \]

\[ \vec{a}_G = 17,609 \vec{k} \wedge (0,19445 \vec{i} + 0,2475 \vec{j}) + 6,167 \vec{k} \wedge (-1,5263 \vec{i} + 1,1992 \vec{j}) \]

\[ \vec{a}_G = -11,754 \vec{i} - 5,989 \vec{j} \]

\[ \sum F_x = m a_{gx} \Rightarrow R_{Ax} = 12(-11,754) \quad , \quad R_{Ax} = -141,05 N. \]

\[ \sum F_y = m a_{gy} \Rightarrow R_{Ay} + 12g = 12(-5,989) \quad , \quad R_{Ay} = -189,59 N. \quad , \quad R_d = 236,3 N. \]


Soru 1: Şekilde gösterildiği anda AB çubuğunun A ucu sola doğru $V_A = 0.75m/s$ hızı ve $a_x = 0.54m/s^2$ ivmesi ile hareket ediyor. Şekilde gösterildiği anda

a) D diskinin açısal hızını
b) AB çubuğunun açısal ivmesini
c) AB çubuğunun orta noktası G nin ivmesini hesaplayınız.

cözüm:

\[
 V_b = R \omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{V_b}{R}, \quad \omega_D = \frac{0.75 \sqrt{3}}{0.4}, \quad \omega_D = 1.875 \sqrt{3} \text{ rad/s} \quad \left( \omega_D = 3.2476 \text{ rad/s} \right)
\]

\[
 \ddot{a}_b = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{BA}, \quad \ddot{a}_A = \alpha_A \ddot{k} \wedge DB + \omega_D \ddot{k} \wedge \ddot{V}_b, \quad \ddot{V}_b = 0.75 \sqrt{3} \ddot{j}
\]

\[
 \ddot{a}_b = \alpha_A \ddot{k} \wedge 0.4 \dddot{i} + 1.875 \sqrt{3} \dddot{k} \wedge 0.75 \sqrt{3} \dddot{j}, \quad \dddot{a}_b = -4.21875 \dddot{i} + 0.4 \alpha_D \dddot{j}
\]

\[
 \ddot{a}_A = -0.54 \dddot{i}, \quad \dddot{a}_{BA} = \alpha_{AB} \dddot{k} \wedge AB - \omega_{AB} \dddot{k} \wedge \ddot{V}_{BA}, \quad \ddot{V}_{BA} = \dddot{V}_b - \dddot{V}_a, \quad \dddot{V}_a = -0.75 \dddot{i}
\]

\[
 \ddot{V}_{BA} = 0.75 \dddot{i} + 0.75 \sqrt{3} \dddot{j}, \quad \dddot{A}B = -0.5 \sqrt{3} \dddot{i} + 0.5 \dddot{j}
\]

\[
 \dddot{A}_B/A = \alpha_{AB} \dddot{k} \wedge (-0.5 \sqrt{3} \dddot{i} + 0.5 \dddot{j}) - 1.5 \dddot{k} \wedge (0.75 \dddot{i} + 0.75 \sqrt{3} \dddot{j})
\]

\[
 \dddot{A}_B/A = (-0.5 \alpha_{AB} + 1.125 \sqrt{3}) \dddot{i} + (-0.5 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{j}
\]

\[
 \ddot{a}_b = -4.21875 \dddot{i} + 0.4 \alpha_D \dddot{j} = -0.54 \dddot{i} + [(0.5 \alpha_{AB} + 1.125 \sqrt{3}) \dddot{i} + (-0.5 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{j}]
\]

\[
 -4.21875 \dddot{i} + 0.4 \alpha_D \dddot{j} = (-0.5 \alpha_{AB} + 1.125 \sqrt{3} - 0.54) \dddot{i} + (-0.5 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{j}
\]
\[
\begin{align*}
-0.5\alpha_{AB} + 1.125\sqrt{3} - 0.54 &= -4.21875 \\
-0.5\sqrt{3}\alpha_{AB} - 1.125 &= 0.4\alpha_D \\
\end{align*}
\Rightarrow \begin{cases}
\alpha_{AB} = 11.255 \text{ rad} / s^2 \\
\alpha_D = -27.18 \text{ rad} / s^2
\end{cases}
\]

c) \quad \ddot{a}_G = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{G/A}, \quad \ddot{a}_A = -0.54\dddot{t}, \quad \ddot{a}_{G/A} = \alpha_{AB}\dddot{t} + \omega_{AB}\dddot{k} + \dddot{V}_{G/A}
\]
\[
\dddot{V}_{G/A} = \omega_{AB}\dddot{k} + \dddot{AG}, \quad \dddot{AG} = \frac{1}{2} \dddot{AB}, \quad \dddot{AG} = \frac{1}{2}(-0.5\sqrt{3}\dddot{t} + 0.5\dddot{j})
\]
\[
\dddot{AG} = -0.25\sqrt{3}\dddot{t} + 0.25\dddot{j}, \quad \dddot{V}_{G/A} = -1.5\dddot{k} + (-0.25\sqrt{3}\dddot{t} + 0.25\dddot{j})
\]
\[
\dddot{V}_{G/A} = 0.375\dddot{t} + 0.375\sqrt{3}\dddot{j}
\]
\[
\dddot{a}_{G/A} = 11.255\dddot{k} + (-0.25\sqrt{3}\dddot{t} + 0.25\dddot{j}) - 1.5\dddot{k} + (0.375\dddot{t} + 0.375\sqrt{3}\dddot{j})
\]
\[
\dddot{a}_{G/A} = -1.8395\dddot{t} - 5.43606\dddot{j}, \quad \dddot{a}_G = -2.3795\dddot{t} - 5.4361\dddot{j}
\]
\[
\dddot{a}_G = 5.934 \text{ cm} / s^2
\]
**Soru 1A:** Şekilde gösterildiği anda AB çubuğunun A ucu sola doğru \( V_A = 0.75m/s \) hızı ve \( a_A = 0.54m/s^2 \) ivmesi ile hareket ediyor. Şekilde gösterildiği anda

a) AB çubuğunun açısal ivmesini
b) AB çubuğunun orta noktasi G nin ivmesini hesaplayınız.

**Çözüm:**

\[ V_A = \frac{IA \omega_{AB}}{IA} , \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{IA} = \overline{AB} \sin 30^0 = 0.75 \text{m} , \quad \omega_{AB} = \frac{0.75}{100} \]

\[ \omega_{AB} = 1.5 \text{rad/s} , \quad V_B = \frac{IB \omega_{AB}}{IB} = \overline{AB} \cos 30^0 = 0.5 \text{m} , \quad V_B = 0.75\sqrt{3} \text{m/s} \]

\[ V_B = R \omega_D \Rightarrow \omega_D = \frac{V_B}{R} , \quad \omega_D = \frac{0.75\sqrt{3}}{0.4} , \quad \omega_D = 1.875\sqrt{3} \text{rad/s} \]

\[ \omega_D = 3.2476 \text{rad/s} \]

b) \[ \ddot{a}_B = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{BA} , \quad \ddot{a}_B = \alpha_D \dddot{e} + \omega_D \dot{e} \times \dddot{e} + \dddot{e} \times \dot{e} \times \dddot{e} + \dddot{e} \times \dddot{e} \times \dddot{e} \]

\[ \ddot{a}_B = \alpha_D \dddot{e} + 0.4 \dot{e} + 1.875\sqrt{3} \dddot{e} + 0.75\sqrt{3} \dddot{e} + \dddot{e} \times \dot{e} \times \dddot{e} + \dddot{e} \times \dddot{e} \times \dddot{e} \]

\[ \ddot{a}_A = -0.54 \dddot{e} , \quad \ddot{a}_{BA} = \alpha_{AB} \dddot{e} + \dddot{e} \times \dddot{e} \times \dddot{e} + \dddot{e} \times \dddot{e} \times \dddot{e} \]

\[ \dddot{e} = 0.75 \dddot{e} + 0.75\sqrt{3} \dddot{e} + \dddot{e} \times \dddot{e} \times \dddot{e} \]

\[ \dddot{e} = -0.5\sqrt{3} \dddot{e} + 0.5 \dddot{e} \]

\[ \ddot{a}_{BA} = \alpha_{AB} \dddot{e} + (-0.5\sqrt{3} + 0.5) \dddot{e} - 1.5 \dddot{e} + (0.75 \dddot{e} + 0.75\sqrt{3} \dddot{e}) \]

\[ \ddot{a}_{BA} = (-0.5\alpha_{AB} + 1.125\sqrt{3}) \dddot{e} + (-0.5\sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{e} \]

\[ \ddot{a}_B = -4.21875 \dddot{e} + 0.4 \dddot{e} \ddot{e} - 0.54 \dddot{e} + [(-0.5\alpha_{AB} + 1.125\sqrt{3}) \dddot{e} + (-0.5\sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{e} ] \]

\[ -4.21875 \dddot{e} + 0.4 \alpha_D \dddot{e} = (-0.5\alpha_{AB} + 1.125\sqrt{3} - 0.54) \dddot{e} + (-0.5\sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125) \dddot{e} \]
\[-0.5 \alpha_{AB} + 1.125 \sqrt{3} - 0.54 = -4.21875 \]
\[-0.5 \sqrt{3} \alpha_{AB} - 1.125 = 0.4 \alpha_D \]
\[
\begin{align*}
\{ & \Rightarrow \alpha_{D} = 11.255 \text{rad/s}^2 \\
& \alpha_D = -27.18 \text{rad/s}^2
\end{align*}
\]

\[c) \quad \bar{a}_G = \bar{a}_A + \bar{a}_{G/A} \quad , \quad \bar{a}_A = -0.54i \quad , \quad \bar{a}_{G/A} = \alpha_{AB} \bar{k} \wedge \overline{AG} - \omega_{AB} \bar{k} \wedge \bar{V}_{G/A}\]
\[\bar{V}_{G/A} = -\omega_{AB} \bar{k} \wedge \overline{AG} \quad , \quad \overline{AG} = \frac{1}{2} \overline{AB} \quad , \quad \overline{AG} = \frac{1}{2} (-0.5 \sqrt{3} \bar{i} + 0.5 \bar{j})\]
\[\bar{A}G = -0.25 \sqrt{3} \bar{i} + 0.25 \bar{j} \quad , \quad \bar{V}_{G/A} = -1.5 \bar{k} \wedge (-0.25 \sqrt{3} \bar{i} + 0.25 \bar{j})\]
\[\bar{V}_{G/A} = 0.375 \bar{i} + 0.375 \sqrt{3} \bar{j}\]
\[\bar{a}_{G/A} = 11.255 \bar{k} \wedge (-0.25 \sqrt{3} \bar{i} + 0.25 \bar{j}) - 1.5 \bar{k} \wedge (0.375 \bar{i} + 0.375 \sqrt{3} \bar{j})\]
\[\bar{a}_{G/A} = -1.8395 \bar{i} - 5.43606 \bar{j} \quad , \quad \bar{a}_G = -2.3795 \bar{i} - 5.4361 \bar{j}\]
\[, \quad a_G = 5,934 \text{ cm/s}^2\]
Soru 2: Şekilde otomatik kaynak makinesi gösterilmektedir. İki kaynak ucu G ve Hnin hareketi D hidrolik silindiri ve BC çubuğu ile kontrol edilmektedir. Silindir düzey düzlemdeki bir plakaya tesbit edilmiştir. Bu plaka Şekilde gösterildiği anda A etrafında pozitif yönde $\omega = 1,6$ rad/s sabit açısal hız ile dönüyor. Aynı anda kaynak gurubunun EF uzunluğu 300mm/s sabit hız ile artmaktadır.

a) H ucunun hızını b) H ucunun ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

a) 
\[
\vec{V}_H = \vec{V}_{baş} + \vec{V}_{sür} , \quad \vec{V}_{baş} = \vec{V}_{baş,i} , \quad \vec{V}_{baş} = 300\hat{i} , \quad \vec{V}_{sür} = \omega \vec{k} \wedge \vec{AH} \\
\vec{AH} = 600\hat{i} , \quad \vec{V}_{sür} = 1,6\vec{k} \wedge 600\hat{i} , \quad \vec{V}_{sür} = 960\hat{j} , \quad \vec{V}_H = 300\hat{i} + 960\hat{j} \\
V_H = 1005,8 \text{ mm/s}
\]

b) 
\[
\vec{a}_H = \vec{a}_{baş} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} , \quad \vec{a}_{baş} = 0 \quad (\vec{V}_{baş} \text{ sabit ve bağıl hareket doğrusal olduğundan}) \\
\vec{a}_{sür} = \alpha \vec{k} \wedge \vec{AH} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{sür} , \quad \alpha = 0 \quad (\omega \text{ sabit olduğundan}) \\
\vec{a}_{sür} = 1,6\vec{k} \wedge 960\hat{j} , \quad \vec{a}_{sür} = -1536\hat{i} \\
\vec{a}_{cor} = 2\omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{baş} , \quad \vec{a}_{cor} = 3,2\vec{k} \wedge 300\hat{i} , \quad \vec{a}_{cor} = 960\hat{j} \\
\vec{a}_H = -1536\hat{i} + 960\hat{j} \quad , \quad a_H = 1811,3 \text{ mm/s}^2
\]
Soru 3: 9kg Kütüle diktörtgen şeklindeki homojen malzemeden yapılan aşağıdaki cisim ilk hızsız harekete bırakılıyor. Cismin yatayla θ açısı yaptığı anda A mesnetindeki tepki kuvvetini hesaplayınız.

Çözüm:

\[ \sum \vec{F} = m \vec{a}_G \]
\[ \vec{a}_G = \alpha \vec{k} \wedge \vec{AG} + \omega \vec{k} \wedge \vec{\dot{V}}_G, \quad \vec{\dot{V}}_G = \omega \vec{k} \wedge \vec{\dot{AG}} \]
\[ \vec{AG} = \sqrt{0,2^2 + 0,05^2}, \quad \vec{AG} = 0,20616 \, m, \quad \vec{AG}_2 = \vec{AG} \cos(\theta + \phi) \hat{i} + \vec{AG} \sin(\theta + \phi) \hat{j} \]
\[ \varphi = \arctan \frac{1/8}{1/2}, \quad \varphi = 14,04^\circ, \quad \vec{AG}_2 = 0,20616 \cos 44,04^\circ \hat{i} + 0,20616 \sin 44,04^\circ \hat{j} \]
\[ \vec{AG}_2 = 0,1482 \hat{i} + 0,1433 \hat{j}, \quad \sum M_A = I_A \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\sum M_A}{I_A} \]
\[ \sum M_A = mg \vec{AG} \cos(\theta + \phi), \quad \sum M_A = 9 \times 9,81 \times 0,20616 \times \cos 44,04^\circ, \quad \sum M_A = 13,085 \, Nm. \]
\[ I_A = \frac{1}{3} m l^2 + \frac{1}{3} m \left( \frac{l}{4} \right)^2, \quad I_A = \frac{1}{3} m l^2 \left( 1 + \frac{1}{16} \right), \quad I_A = \frac{17}{48} \times 9 \times 0,4^2, \quad I_A = 0,51 \, kg \, m^2 \]
\[ \alpha = \frac{13,085}{0,51}, \quad \alpha = 25,66 \, rad / s^2, \quad \tau_1 = \tau_2, \quad \tau_1 = \tau_2 = mgh, \quad h = h_2 - h_1 \]
\[ h_2 = \vec{AG} \sin(\theta + \phi), \quad h_2 = 0,20616 \times \sin 44,04^\circ, \quad h_2 = 0,143314 \, m, \quad h_1 = \vec{AG} \sin(\varphi) \]
\[ h_1 = 0,20616 \times \sin 14,04^\circ, \quad h_1 = 0,050014 \, m, \quad h = 0,0933 \, m, \quad \tau_1 = 9 \times 9,81 \times 0,0933 \]
\[ \tau_1 = 8,237 \, Nm, \quad T_1 = T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} 0,51 \omega^2 = 8,237 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \times 8,237}{0,51}} \]
\[ \omega = 5,68 \, rad / s, \quad \vec{\dot{V}}_G = 5,68 \, \hat{k} \wedge (0,1482 \hat{i} + 0,1433 \hat{j}), \quad \vec{\dot{V}}_G = -0,814 \hat{i} + 0,842 \hat{j} \]
\[ \vec{a}_G = 25,66 \, \hat{k} \wedge (0,1482 \hat{i} + 0,1433 \hat{j}) + 5,68 \, \hat{k} \wedge (-0,814 \hat{i} + 0,842 \hat{j}), \quad \vec{a}_G = -8,46 \hat{i} - 0,82 \hat{j} \]
\[ \sum F_x = m a_{gx} \Rightarrow \vec{R}_{ax} = 9 \times (8,46), \quad \vec{R}_{ax} = -76,14 \, N. \]
\[ \sum F_y = m a_{gy} \Rightarrow \vec{R}_{ay} + mg = m \times (-0,82), \quad \vec{R}_{ay} = -9 \times (8,91 + 0,82), \quad \vec{R}_{ay} = -95,67 \, N. \]
\[ \vec{R}_a = \sqrt{R_{ax}^2 + R_{ay}^2}, \quad \vec{R}_a = \sqrt{(-76,14)^2 + (-95,67)^2}, \quad \vec{R}_a = 121,9 \, N. \]
**Soru 1)** Şekildeki mekanizmada B bileği yukarı doğru 1,5 m/s sabit hız ile hareket ediyor. $	heta = 50^\circ$ için:

a) AB çubuğunun açısal hızını ve AB çubuğun üç noktası A nın hızını 
b) AB çubuğun açısal ivmesini ve AB çubuğun üç noktası A nın ivmesini bulunuz.

**Çözüm:**

$$V_B = \omega_{AB} \overrightarrow{AB} \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = \frac{V_B}{IB}$$

$$\overrightarrow{IA} = 0,851m \quad \omega_{AB} = \frac{1,5}{1,279}, \quad [\omega_{AB} = 1,173 \text{ rad/s}]$$

$$V_A = \omega_{AB} \overrightarrow{IA} \quad , \quad V_A = 1,173 \times 0,851 \quad , \quad [V_A = 0,998 \text{ m/s}]$$

b) $\ddot{a}_A = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{A/B}$ , $\ddot{a}_B = \ddot{O}$ (B noktasının hareketi doğrusal ve hızının şiddeti sabit)

$$\ddot{a}_{A/B} = \alpha_{AB} \times BA + \ddot{\omega}_{AB} \times \overrightarrow{V}_{A/B}$$

$$\dddot{V}_A = 0,998(\cos 25^\circ \dot{i} + \sin 25^\circ \dot{j}) \quad , \quad \dddot{V}_A = 0,9045\dddot{i} + 0,4218\dddot{j} \quad , \quad \dddot{V}_B = 1,5\dddot{j}$$

$$\dddot{V}_{A/B} = 0,9045\dddot{i} - 1,0782\dddot{j} \quad , \quad \dddot{\omega}_{AB} = 1,173\dddot{k} \quad , \quad \dddot{\alpha}_{AB} = \alpha_{AB}\dddot{k}$$

$$\dddot{BA} = -1,2 \cos 40^\circ \dddot{i} - 1,2 \sin 40^\circ \dddot{j} \quad , \quad \dddot{BA} = -0,9193\dddot{i} - 0,7713\dddot{j}$$

$$\dddot{a}_{A/B} = \alpha_{AB}\dddot{k} + (-0,9193\dddot{i} - 0,7713\dddot{j}) + 1,173\dddot{k} \times (0,9045\dddot{i} - 1,0782\dddot{j})$$

$$\dddot{a}_A = (0,7713\alpha_{AB} + 1,2647)\dddot{i} + (-0,9193\alpha_{AB} + 1,061)\dddot{j}$$

$$a_A \cos 25^\circ = 0,7713\alpha_{AB} + 1,2647 \quad , \quad a_A \sin 25^\circ = -0,9193\alpha_{AB} + 1,061$$

$$\begin{align*}
0,9063a_A - 0,7713\alpha_{AB} &= 1,2647 \\
-0,9063a_A + 0,9193\alpha_{AB} &= 1,061
\end{align*}$$

$$\begin{align*}
\alpha_{AB} &= 0,3685 \text{ rad/s} \\
a_A &= 1,709 \text{ m/s}^2
\end{align*}$$
Soru 2) P pimi AE ve BD çubuğu üzerindeki kanallarda hareket edebiliyor. AE çubuğu A pimi etrafında saat akrebi yönünde \( \omega_A = 4 \text{rad/s} \) sabit açısal hız ile dönüyor. BD çubuğu ise hareketsiz duruyor. Şekilde verilen konum için a) P piminin hızını, b) P piminin ivmesini bulunuz.

![Diagram](https://via.placeholder.com/150)

Çözüm:

a) \( \vec{V}_p = \vec{V}_{bag} + \vec{V}_{sür} \), \( \vec{V}_p = V_p \hat{j} \), \( \vec{V}_{bag} = V_{bag} \vec{U}_{AE} \), \( \vec{V}_{sür} = \omega_A \wedge \vec{A} \vec{P} \)

\( \omega_A = 4k \), \( \vec{A} \vec{P} = \vec{AB} \hat{i} + B \vec{P} \hat{j} \), \( \frac{B \vec{P}}{250} = \tan 30^\circ \Rightarrow B \vec{P} = 144,338 \text{mm} \)

\( \vec{V}_{sür} = 4k \wedge (250 \hat{i} + 144,338 \hat{j}) \), \( \vec{V}_{sür} = -577,352 \hat{i} + 1000 \hat{j} \)

\( \vec{V}_p = V_p \hat{j} = (0,866 V_{bag} \hat{i} + 0,5 V_{bag} \hat{j}) + (-577,352 \hat{i} + 1000 \hat{j}) \)

\( V_{bag} = 666,688 \text{mm/s} \)

\( V_p = 1333,344 \hat{j} \)

b) \( \vec{a}_p = \vec{a}_{bag} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} \), \( \vec{a}_p = a_p \hat{j} \), \( \vec{a}_{bag} = a_{bag} \vec{U}_{AE} \)

\( \vec{a}_{sür} = \vec{a}_A \wedge \vec{A} \vec{P} + \omega_A \wedge \vec{V}_{sür} \), \( \vec{a}_{cor} = 2\omega_A \wedge \vec{V}_{bag} \), \( \vec{a}_{bag} = 0,866 a_{bag} \hat{i} + 0,5 a_{bag} \hat{j} \)

\( \vec{a}_{sür} = \omega_A \vec{k} \wedge (250 \hat{i} + 144,338 \hat{j}) + 4 \vec{k} \wedge (-577,352 \hat{i} + 1000 \hat{j}) \)

\( \vec{a}_{sür} = (-144,338 \omega_A - 4000) \hat{i} + (250 \omega_A - 2309,41) \hat{j} \Rightarrow \omega_A = 0 \) (\( \omega_A \) sabit olduğundan)

\( \vec{V}_{bag} = 577,352 \hat{i} + 333,344 \hat{j} \)

\( \vec{a}_{cor} = 8 \vec{k} \wedge (577,352 \hat{i} + 333,344 \hat{j}) \)

\( \vec{a}_{cor} = -2666,752 \hat{i} + 4618,816 \hat{j} \)

\( \vec{a}_p = a_p \hat{j} = (0,866 a_{bag} \hat{i} + 0,5 a_{bag} \hat{j}) + [(144,338,4000) \hat{i} + (250 \omega_A - 2309,41) \hat{j}] + (-2666,752 \hat{i} + 4618,816 \hat{j}) \)

\( a_p \hat{j} = (0,866 a_{bag} - 666,752) \hat{i} + (0,5 a_{bag} - 2309,41 + 4618,816) \hat{j} \)

\( a_{bag} = 7698,3 \text{mm/s}^2 \)

\( a_p = 6158,6 \text{mm/s}^2 \)
**Soru 3)** Şekildeki mekanizmada 3kg kütleyi homojen AB çubuğunun hareketi, kütleyleri ile sürtünme kuvveti ihmal edilebilen düzey doğrultuda hareket eden A ve yatay doğrultuda hareket eden B bileği yardımı ile kontrol ediliyor. $\theta = 15^\circ$ deg sistem ilk hızı hareketinden bırakıldığında göre $\theta = 60^\circ$ oldu anda
a) AB çubuğunun açısal hızını
b) AB çubuğunun açısal ivmesini bulunuz.

**Çözüm:**

\[
\tau_{(1)-(2)} + T_1 = T_2, \quad T_1 = 0, \quad \tau_{(1)-(2)} = mg \cdot h
\]

\[
h = \frac{1}{2}(\cos 15^\circ - \cos 60^\circ), \quad h = 0,233l, \quad \tau_{(1)-(2)} = 0,233 \cdot mg l
\]

\[
T_2 = \frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2, \quad V_G = \overrightarrow{IG} \omega, \quad \overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}, \quad l = \overrightarrow{AB}, \quad V_G = \frac{1}{2} \omega
\]

\[
T_2 = \frac{1}{2} m \frac{l^2}{4} \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{l}{12} m l^2 \omega^2, \quad T_2 = \frac{4}{24} m l^2 \omega^2
\]

\[
T_2 = \frac{1}{6} m l^2 \omega^2 = 0,233 \cdot mg l \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,233 \cdot g}{l}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,233 \cdot 9,81}{0,36}}
\]

$\omega = 6,172 \text{rad/s}$
b) \[ \sum M_G = I_G \alpha, \quad \sum \vec{F} = m \vec{a}_G \]

\[ \begin{align*}
\vec{a}_G &= \vec{a}_b + \vec{a}_{G/B}, \quad \vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}, \quad \vec{a}_A = a_A \vec{j}, \quad \vec{a}_B = a_B \vec{i} \\
\vec{a}_{A/B} &= \vec{a} \wedge \vec{BA} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_{A/B}, \quad \vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B, \quad \vec{V}_A = -\omega \vec{IA} \vec{j}, \quad \vec{V}_A = -192,424 \vec{j} \\
\vec{V}_B &= \omega \vec{IB} \vec{i}, \quad \vec{V}_B = 111,096 \vec{i}, \quad \vec{V}_{A/B} = -111,096 \vec{i} - 192,424 \vec{j} \\
\vec{a}_{A/B} &= \alpha \vec{k} \wedge (-31,178 \vec{i} + 18 \vec{j}) + 6,172 \vec{k} \wedge (-111,096 \vec{i} - 192,424 \vec{j}) \\
\vec{a}_A &= (-18 \alpha + 1187,641) \vec{i} + (-31,178 \alpha - 685,68) \vec{j} \\
\vec{a}_B &= a_B \vec{i} + [(-18 \alpha + 1187,641) \vec{i} + (-31,178 \alpha - 685,68) \vec{j}] \\
-31,178 \alpha - 685,68 &= a_A \quad \Rightarrow \quad a_B = 18 \alpha - 1187,641 = 0 \\
-31,178 \alpha - 685,68 &= a_A \quad \Rightarrow \quad a_B = 18 \alpha - 1187,641 = 0 \\
\vec{a}_{G/B} &= \vec{a} \wedge \vec{BG} + \vec{\omega} \vec{k} \wedge \vec{V}_{G/B}, \quad \vec{V}_{G/B} = \vec{\omega} \vec{k} \wedge \vec{BG}, \quad \vec{BG} = \frac{\vec{BA}}{2} \\
\vec{V}_{G/B} &= -55,548 \vec{i} + 9 \vec{j}, \quad \vec{V}_{G/B} = 6,172 \vec{k} \wedge (-15,589 \vec{i} + 9 \vec{j}) \\
\vec{a}_{G/B} &= (9 \alpha + 593,84) \vec{i} + (-15,589 \alpha - 342,84) \vec{j} \\
\vec{a}_b &= (18 \alpha - 1187,641) \vec{i} + [(9 \alpha + 593,84) \vec{i} + (-15,589 \alpha - 342,84) \vec{j}] \\
\vec{a}_g &= (27 \alpha - 593,8) \vec{i} + (-15,589 \alpha - 342,84) \vec{j} \quad \Rightarrow \quad a_{gx} = (27 \alpha - 593,8) \text{cm/s}^2 \\
\vec{a}_{G/b} &= (15,589 \alpha - 342,84) \text{cm/s}^2 \quad \text{Buradaki ivmelerin birimleri} \quad \frac{m}{s^2} \text{cinsinden}
\end{align*} \]

Yazılırsa \[ a_{gx} = (0,27 \alpha - 5,938) m/s^2, \quad a_{gy} = (-0,15589 \alpha - 3,4284) m/s^2 \] elde edilir.

\[ \begin{align*}
\sum F_x = m a_x & \Rightarrow R_A = m(0.27 \alpha - 5.938), \quad R_A = 0.81 \alpha - 17.814 \\
\sum F_y = m a_y & \Rightarrow R_B = -m g = m(-0.15589 \alpha - 3.4284), \quad R_B = -0.4677 \alpha + 19.1448 \\
\sum M_G = I_G \alpha & \Rightarrow R_A \left( \frac{1}{2} \sin \theta - R_A \frac{1}{2} \cos \theta = \frac{1}{12} m \ell^2 \alpha \right) \\
&= (-0.4677 \alpha + 19.1448) \left( \frac{1}{2} \sin \theta - (0.81 \alpha - 17.814) \frac{1}{2} \cos \theta = \frac{1}{12} m \ell^2 \alpha \right) \\
&= (-0.4677 \alpha + 19.1448) \sqrt{3} - (0.81 \alpha - 17.814) = 0.36 \alpha
\end{align*} \]

\[ \begin{align*}
1.98 \alpha &= 50,974 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 25,744 \text{rad/s}^2 \\
R_A &= 3.04 N, \quad R_B = 7.1 N.
\end{align*} \]
MAKINE 2 G4  2002-2003 GÜZ YARIYILI DİNAMİK DERSİ 3.VİZE SORULARI VE CEVAPLARI

Soru 1) Şekildeki mekanizmada BE çubuğu saat ibreleri tersi yönünde 4 rad/s sabit açısal hız ile E pimi etrafında dönüyor. Mekanizma şekilde gösterilen konumdan geçerken

a) AD çubuğunun A noktasının hızını b) D bileziğinin ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a) \( V_B = \omega_{BE} \overrightarrow{BE} \), \( V_B = 4 \times 192 \), \( V_B = 768 \text{ mm/s} \), \( V_B = \omega_{AD} \overrightarrow{IB} \), \( \omega_{AD} = \frac{V_B}{IB} \),

\[ \overrightarrow{IB} = BD \sin 30^\circ , \quad \overrightarrow{IB} = 360 \times \frac{1}{2} \times \overrightarrow{IB} = 180 \text{ mm} , \quad \omega_{AD} = \frac{768}{180} \text{ , } \quad \omega_{AD} = 4,267 \text{ rad/s} \]

\[ V_A = \overrightarrow{IA} \omega_{AD} , \quad \overrightarrow{IA} = \sqrt{AB^2 + IB^2 - 2 \times AB \times IB \cos 120^\circ} \], \( \overrightarrow{IA} = 364,966 \text{ mm} \)

\[ V_A = 364,966 \times 4,267 , \quad \overrightarrow{V_A} = 1557,3 \text{ mm/s} \]

b) \( \ddot{a}_B = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{D/B} \), \( \ddot{a}_B = \alpha_{BE} \overset{k}{k} \wedge EB - \omega_{BE} \overset{k}{k} \wedge \vec{V}_B \), \( \alpha_{BE} = 0 \) ( \( \omega_{BE} \) sabit olduğundan)

\[ \vec{V}_B = 768 \overset{i}{i} \text{ , } \quad \ddot{a}_B = -4 \overset{k}{k} \wedge 768 \overset{i}{i} \text{ , } \quad \ddot{a}_B = -3072 \overset{j}{j} \text{ , } \quad \ddot{a}_D = a_D \overset{j}{j} \]

\[ \ddot{a}_{D/B} = \alpha_{A/D} \overset{k}{k} \wedge BD + \omega_{AD} \overset{k}{k} \wedge \vec{V}_{D/B} , \quad BD = 311,77 \overset{i}{i} + 180 \overset{j}{j} \text{ , } \quad \vec{V}_{D/B} = \vec{V}_D - \vec{V}_B \]

\[ V_D = \omega_{AD} \overrightarrow{ID} , \quad \overrightarrow{ID} = BD \cos 30^\circ , \quad \overrightarrow{ID} = 360 \times \frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \overrightarrow{ID} = 311,769 \text{ mm} \]

\[ V_D = 4,267 \times 311,769 , \quad V_D = 1330,32 \text{ mm/s} , \quad V_D = 1330,32 \overset{j}{j} \text{ , } \quad \vec{V}_{D/B} = -768 \overset{i}{i} + 1330,32 \overset{j}{j} \]

\[ \ddot{a}_{D/B} = \alpha_{A/D} \overset{k}{k} \wedge (311,77 \overset{i}{i} + 180 \overset{j}{j}) + 4,267 \overset{k}{k} \wedge (-768 \overset{i}{i} + 1330,32 \overset{j}{j}) \]

\[ \ddot{a}_{D/B} = (-180 \alpha_{A/D} - 5676,48) \overset{i}{i} + (311,77 \alpha_{A/D} - 3277,056) \overset{j}{j} \]

\[ \ddot{a}_D = a_D \overset{j}{j} = -3072 \overset{j}{j} + (-180 \alpha_{A/D} - 5676,48) \overset{i}{i} + (311,77 \alpha_{A/D} - 3277,056) \overset{j}{j} \]

\[ a_D = a_D \overset{j}{j} = (-180 \alpha_{A/D} - 5676,48) \overset{i}{i} + (311,77 \alpha_{A/D} - 6349,056) \overset{j}{j} \]

\[ -180 \alpha_{A/D} - 5676,48 = 0 \]

\[ 311,77 \alpha_{A/D} - 6349,056 = a_D \]

\[ \Rightarrow \alpha_{AD} = -31,536 \text{ rad/s}^2 \], \( a_D = -16181,3 \overset{j}{j} \)
Soru 2) Şekilde gösterilen Sabit disk mekanizmasında D diski saat ibreleri yönünde \( \omega_D = 10 \text{rad/s} \) sabit açısal hız ile D pimi etrafında dönmektedir. Aynı anda okuyucu elemanı bulunduran parça A etrafında saat ibreleri yönünde \( \omega_A = 0,5 \text{rad/s} \) sabit açısal hız ile dönmektedir. P okuyucu elemanının diske göre bağlı hızını ve bağlı ivmesini bulunuz.

Çözüm:

\[
\bar{V}_p = \bar{V}_{bağ} + \bar{V}_{sür} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_{bağ} = \bar{V}_p - \bar{V}_{sür}
\]

\[
\bar{V}_p = \bar{\omega}_D \wedge \bar{A}P \quad \bar{\omega}_D = -0,5 \bar{k} \\
\bar{A}P = -7 \bar{i} \quad \bar{V}_p = -0,5 \bar{k} \wedge (-7 \bar{i})
\]

\[
\bar{V}_p = 3,5 \bar{j} \quad \bar{V}_{sür} = \bar{\omega}_D \wedge \bar{D}P \\
\bar{\omega}_D = -10 \bar{k} \quad \bar{D}P = 2 \bar{i}
\]

\[
\bar{V}_{bağ} = 3,5 \bar{j} + 20 \bar{j} \quad \bar{V}_{bağ} = 23,5 \bar{j}
\]

\[
\bar{a}_p = \bar{a}_{bağ} + \bar{a}_{sür} + \bar{a}_{cor} \quad \Rightarrow \quad \bar{a}_{bağ} = \bar{a}_p - \bar{a}_{sür} - \bar{a}_{cor}
\]

\[
\bar{a}_p = \bar{\omega}_A \wedge \bar{A}P + \bar{\omega}_A \wedge \bar{V}_p \\
\bar{\omega}_A = \bar{\omega} \quad (\omega_A \text{ sabit olduğundan})
\]

\[
\bar{a}_p = -0,5 \bar{k} \wedge 3,5 \bar{j} \quad \bar{a}_p = 1,75 \bar{i}
\]

\[
\bar{a}_{sür} = \bar{\omega}_D \wedge \bar{D}P + \bar{\omega}_D \wedge \bar{V}_{sür} \\
\bar{\omega}_D = 0 \quad (\omega_D \text{ sabit olduğundan})
\]

\[
\bar{a}_{sür} = -10 \bar{k} \wedge -20 \bar{j} \quad \bar{a}_{sür} = -200 \bar{i}
\]

\[
\bar{a}_{cor} = 2 \bar{\omega}_D \wedge \bar{V}_{bağ} \\
\bar{\omega}_D = -20 \bar{k} \wedge 23,5 \bar{j} \quad \bar{a}_{cor} = 470 \bar{i}
\]

\[
\bar{a}_{bağ} = 1,75 \bar{i} + 200 \bar{i} - 470 \bar{i} \quad \bar{a}_{bağ} = -268,25 \bar{i}
\]
Soru 3) Aşağıdaki mekanizmada gösterilen homojen çubuklardan AB çubuğu 3kg ve BC çubuğu 8kg kütlelidir. C bileşinin kütesi ise 4kg dir. Sistem ilk hızız şekilindeki konumdan harekete bırakırsa AB çubuğunun 90° döndüken sonraki açısal hızını bulunuz.

Çözüm:

\[ \tau_{(1)\rightarrow(2)} + T_1 = T_2 \quad , \quad T_1 = 0 \quad ( \text{ilk hizlar ve açısal hizlar sıfır olduğundan}) \]

\[ \tau_{(1)\rightarrow(2)} = m_{AB} g h_1 + m_{BC} g h_2 + m_C g h_3 \]
\[ h_1 = \frac{0.15}{2} \quad , \quad h_1 = 0.075 \ m \quad , \quad h_2 = (0.15 + \frac{0.39}{2}) - \frac{0.36}{2} \quad , \quad h_2 = 0.165 \ m \]
\[ h_3 = 0.15 \ m \]

\[ \tau_{(1)\rightarrow(2)} = (3 \times 0.075 + 8 \times 0.165 + 4 \times 0.15) g \quad , \quad \tau_{(1)\rightarrow(2)} = 2.145 \ g \]

\[ T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_{AB}^2 + \frac{1}{2} m_{BC} V_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_{BC}^2 + \frac{1}{2} m_C V_C^2 \]

AB çubuğu 90° döndüğünde C noktası Ani dönme merkezi olarak olacağını bu noktanın hızı sıfır olur.

\[ V_C = 0 \quad , \quad V_B = \omega_{AB} \overrightarrow{AB} \quad , \quad V_B = \omega_{BC} \overrightarrow{BC} \Rightarrow 15 \omega_{AB} = 39 \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{5}{13} \omega_{AB} \]

\[ V_G = \omega_{BC} \overrightarrow{IG} \quad , \quad \overrightarrow{IG} = \frac{0.39}{2} \quad , \quad V_G = \frac{0.39}{2} \frac{5}{13} \omega_{AB} \quad , \quad V_G = 0.075 \omega_{AB} \]

\[ T_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \omega_{AB}^2 + \frac{1}{2} \frac{8}{12} \omega_{AB}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{8} \omega_{AB}^2 \Rightarrow 2.145 \ g \]

\[ T_2 = 0.04125 \omega_{AB}^2 = 2.145 \ g \quad \Rightarrow \omega_{AB} = \sqrt{\frac{2.145 \ g}{0.04125}} \quad , \quad \omega_{AB} = 22.59 \ rad/s \]
Soru 1) Şekilde görülen disk saat ibreleri yönünde 8 rad/s lik sabit bir açısal hızla dönmektedir. Şekilde verilen konum için a) BC ve CD çubuğunun açısal hızını b) BC ve CD çubuğunun açısal ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a) 
\[ \omega_{BC} = 0 \]
\[ \omega_{AB} = \omega_{A} \]
\[ \omega_{A} = 8 \text{ rad/s} \]
\[ \omega_{BC} = \frac{V_{C}}{CD} \]
\[ V_{C} = 80 \text{ cm/s} \]
\[ CD = 20 \text{ cm} \]
\[ \omega_{CD} = \frac{V_{C}}{CD} = \frac{80}{20} \text{ rad/s} \]
\[ \omega_{CD} = 4 \text{ rad/s} \]

b) 
\[ \vec{a}_{A} = \vec{a}_{B} + \vec{a}_{B/C} \]
\[ \vec{a}_{B} = \vec{a}_{A} \wedge \vec{AB} + \omega_{A} \vec{k} \wedge \vec{V}_{B} \]
\[ \omega_{A} = \text{sabit} \]
\[ \vec{V}_{B} = -80 \vec{j} \]
\[ \vec{a}_{B} = -80 \vec{k} \wedge (-80 \vec{j}) \]
\[ \vec{a}_{B} = -640 \vec{i} \]
\[ \vec{a}_{C} = \alpha_{BC} \vec{k} \wedge \vec{DC} + \omega_{CD} \vec{k} \wedge \vec{V}_{C} \]
\[ \vec{DC} = -20 \vec{i} \]
\[ \vec{V}_{C} = \vec{V}_{B} = -80 \vec{j} \]
\[ \vec{V}_{C} = \vec{V}_{B} \]
\[ \vec{a}_{c} = 320 \vec{i} - 20 \alpha_{CD} \vec{j} \]
\[ \vec{a}_{B/C} = \alpha_{BC} \vec{k} \wedge \vec{CB} + \omega_{BC} \vec{k} \wedge \vec{V}_{BC} \]
\[ \vec{V}_{BC} = \infty \]
\[ \omega_{BC} = 0 \]
\[ \vec{a}_{B/C} = \alpha_{BC} \vec{k} \wedge (10 \vec{i} + 24 \vec{j}) \]
\[ \vec{a}_{B/C} = -24 \alpha_{BC} \vec{i} + 10 \alpha_{BC} \vec{j} \]
\[ -640 \vec{i} = (320 \vec{i} - 20 \alpha_{CD} \vec{j}) + (-24 \alpha_{BC} \vec{i} + 10 \alpha_{BC} \vec{j}) \]
\[ -640 \vec{i} = (320 - 24 \alpha_{BC} \vec{i}) + (10 \alpha_{BC} - 20 \alpha_{CD}) \vec{j} \]
\[ 320 - 24 \alpha_{BC} = -640 \]
\[ 10 \alpha_{BC} - 20 \alpha_{CD} = 0 \]
\[ \alpha_{BC} = 40 \text{ rad/s}^2 \]
\[ \alpha_{CD} = 20 \text{ rad/s}^2 \]
Soru 2) Şekildeki disk O noksası etrafında saat ibrelerinin ters yönünde sabit 300 dev/dak açısal hızı ile dönmeaktedir. r = 6cm ve R = 12cm olduğuna göre \( \theta = 60^\circ \) için BCD elemanının a) hızını b) ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

\( \vec{V}_p = \vec{V}_{bağı} + \vec{V}_{sür} \), \( \vec{V}_{sür} = V_{BCD} \hat{i} \)

\( \vec{V}_p = \omega_O \times \vec{OP} \), \( \omega_O = 300 \text{dev/dak} \times \frac{2\pi \text{rad}}{60} \), \( \omega_O = 10\pi \text{rad/s} \), \( \omega_O = 10\pi \hat{k} \)

\( \vec{OP} = r \cos \theta \hat{i} + r \sin \theta \hat{j} \), \( \vec{OP} = 3\hat{i} + 3\sqrt{3} \hat{j} \)

\( \vec{V}_p = \omega_O \times \vec{OP} \), \( \vec{V}_p = 10\pi \hat{k} \times (3\hat{i} + 3\sqrt{3} \hat{j}) \), \( \vec{V}_p = -30\sqrt{3}\pi \hat{i} + 30\pi \hat{j} \)

\( \vec{V}_{bağı} = \vec{V}_{bağı} \times \vec{AP} \), \( \vec{AP} = R \cos \varphi \hat{i} + R \sin \varphi \hat{j} \)

\( \vec{V}_p = -30\sqrt{3}\pi \hat{i} + 30\pi \hat{j} = -3\sqrt{3}\omega_{bağı} \hat{i} + 3\sqrt{13} \omega_{bağı} \hat{j} \)

\( 3\sqrt{13} \omega_{bağı} = 30\pi \Rightarrow \omega_{bağı} = \frac{10}{\sqrt{13}} \pi \), \( \omega_{bağı} = 8,713 \text{rad/s} \)

\( V_{BCD} = -117,967 \text{cm/s} \)
b) 

\[ \ddot{a}_p = \ddot{a}_{bağ} + \ddot{a}_{sür} + \ddot{a}_{cor} \]

\[ \ddot{a}_{cor} = \ddot{0} \quad (\omega_{sür} = 0 \ \text{olduğundan}) \quad , \quad \ddot{a}_{sür} = a_{BCD} \frac{d}{dt} \]

\[ \ddot{a}_p = \ddot{a}_o \wedge \ddot{O}\vec{P} + \omega_0 \dddot{\vec{V}}_p \quad , \quad \ddot{a}_o = 0 \quad (\omega_0 = \text{sabit olduğundan}) \]

\[ \ddot{a}_p = 10 \pi \dddot{\vec{k}} \wedge (-30 \sqrt{3} \pi \dddot{i} + 30 \pi \dddot{j}) \quad , \quad \ddot{a}_p = -300 \pi^2 \dddot{i} - 300 \sqrt{3} \pi^2 \dddot{j} \]

\[ \ddot{a}_{bağ} = \ddot{a}_{bağ} \wedge \dddot{AP} + \dddot{\vec{V}}_{bağ} \]

\[ \ddot{a}_{bağ} = \alpha_{bağ} \dddot{\vec{k}} \wedge (3 \sqrt{13} \dddot{i} + 3 \sqrt{3} \dddot{j}) + \frac{10}{\sqrt{13}} \pi \dddot{k} \wedge (-45,275 \dddot{i} + 94,248 \dddot{j}) \]

\[ \ddot{a}_{bağ} = (-3 \sqrt{3} \alpha_{bağ} - 821,203) \dddot{i} + (3 \sqrt{13} \alpha_{bağ} - 394,49) \dddot{j} \]

\[ \ddot{a}_p = -300 \pi^2 \dddot{i} - 300 \sqrt{3} \pi^2 \dddot{j} = (-3 \sqrt{3} \alpha_{bağ} - 821,203 + a_{BCD}) \dddot{i} + (3 \sqrt{13} \alpha_{bağ} - 394,49) \dddot{j} \]

\[ -3 \sqrt{3} \alpha_{bağ} - 821,203 + a_{BCD} = -300 \pi^2 \]

\[ 3 \sqrt{13} \alpha_{bağ} - 394,49 = -300 \sqrt{3} \pi^2 \]

\[ \Rightarrow \alpha_{bağ} = -437,65 \ \text{rad} / s^2, \quad a_{BCD} = 134,42 \ cm / s^2 \]
Soru 3) 9kg kütleli homojen AB çubuğu A ve B deki pimler ile iki ayrı homojen diske tutturulmuştur. Disklerin birinin kütesi 6kg'dir. Sistem \( \theta = 60^0 \) iken ilk hızı sız kalmış hareketi bırakırsa, \( \theta = 180^0 \) olduğunda disklerin açısal hızını bulunuz.

Çözüm :

iş ve enerji ilkesi \( \tau_{(t-\tau)} + T_1 = T_2 \)

\( T_1 = 0 \) (ilk hızlar ve açısal hızlar sıfır olduğundan)

Burada iş yapan kuvvet sadece çubuğa etki eden ağırlık kuvvetidir.

\( \tau_{(t-\tau)} = m_c g h \), \( h = 200 + 150 \cos 60^0 \), \( h = 275mm \), \( h = 0,275 m. \)

\( \tau_{(t-\tau)} = 9 \times 9 \times 0,275 \)

\( \tau_{(t-\tau)} = 2,475 g \)

\( T = \frac{1}{2} m_c V_c^2 + 2 \left( \frac{1}{2} m_p V_p^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2 \right) \)

\( I_c = \frac{1}{2} m R^2 \), \( V_p = 0,2 \omega \), \( V_c = V_A = 0,15 \omega \)

\( T_2 = \frac{1}{2} 9 (0,15)^2 \omega^2 + 2 \left[ \frac{1}{2} 6 (0,2) \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} 6 (0,2) \omega^2 \right] \)

\( T_2 = 0,46125 \omega^2 = 2,475 g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2,475 \times 9,81}{0,46125}}, \omega = 7,255 \text{ rad/s} \)
Soru 1) Şekildeki krank biyel mekanizmasında AB krank kolu saat ibreleri tersi yönünde 360 dev/dak ile dönmektedir. $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 90^\circ$, c) $\theta = 180^\circ$ değerlerinde BC kolunun açısal hızı ile pistonun hızını bulunuz.

Çözüm:

a) $\theta = 0^\circ$

$\omega_{BC} = 0$ (ani dönme merkezi sonsuzda olduğundan.)

$V_B = V_C$ ( $\omega_{BC} = 0$ olduğundan)

$V_B = \omega_{AB} \overline{AB}$

$\omega_{AB} = 360 \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$ , $\omega_{AB} = 12\pi \text{ rad/s}$

$V_B = 120\pi \text{ cm/s}$ , $V_C = 120\pi \text{ cm/s}$

$V_C = 377 \text{ cm/s}$

b) $\theta = 90^\circ$

$V_B = \omega_{AB} \overline{IB}$ , $V_B = 120\pi \text{ cm/s}$

$V_B = \omega_{BC} \overline{IB}$ , $\omega_{BC} = \frac{V_B}{\overline{IB}}$

$\overline{IB} = \sqrt{30^2 - 10^2}$ , $\overline{IB} = 10\sqrt{8}$

$\omega_{BC} = \frac{120\pi}{10\sqrt{8}}$ , $\omega_{BC} = 13,329 \text{ rad/s}$

$V_C = \omega_{BC} \overline{IC}$ , $V_C = 13,329 \times 10$

$V_C = 133,29 \text{ cm/s}$

c) $\theta = 180^0$

$\omega_{BC} = 0$ (ani dönme merkezi sonsuzda olduğundan.)

$V_B = V_C$ ( $\omega_{BC} = 0$ olduğundan)

$V_B = \omega_{AB} \overline{AB}$ , $V_B = 120\pi \text{ cm/s}$

$V_C = 377 \text{ cm/s}$
Soru 2) Şekilde gösterilen yarı çember şeklindeki tüp x ekseni etrafında pozitif yönde \( \omega = 8 \text{ rad/s} \) sabit açısal hız ile dönümlmaktadır. Aynı anda tüp üzerinde bir P bileği \( \theta = (\pi / 54) t^2 \) bağıntısı ile hareket etmektedir. 

\( t = 3 \) de tüp xoy düzleminde olacağını göre bu an için P bileğini

a) hızını  
b) ivmesini hesaplayınız. (R=12cm.)

- **a)** \( \vec{V}_p = \vec{V}_{bag} + \vec{V}_{sür} \),  
  \( \vec{V}_{bag} = -\dot{\theta} \vec{k} \times \vec{G}P \),  
  \( \vec{V}_{sür} = \omega \vec{i} \times \vec{G}P \)

  \[ \dot{\theta} = \frac{\pi}{27}, \quad t = 3 \text{ de } \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{9} \text{ rad/s} \]

  \( \vec{G}P = -R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j} \),  
  \( \vec{G}P = -6\sqrt{3} \vec{i} + 6 \vec{j} \),  
  \( \vec{V}_{bag} = -\frac{\pi}{9} \vec{k} \times (-6\sqrt{3} \vec{i} + 6 \vec{j}) \)

  \( \vec{V}_{bag} = \frac{2}{3} \pi \vec{i} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \pi \vec{j} \),  
  \( \vec{V}_{sür} = 8 \vec{i} \times (-6\sqrt{3} \vec{i} + 6 \vec{j}) \),  
  \( \vec{V}_{sür} = 48 \vec{k} \)

  \[ \vec{V}_p = \frac{2}{3} \pi \vec{i} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \pi \vec{j} + 48 \vec{k}, \quad \vec{V}_p = 2,09 \vec{i} + 3,63 \vec{j} + 48 \vec{k} \]

- **b)** \( \vec{a}_p = \vec{a}_{bag} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} \),  
  \( \vec{a}_{bag} = -\dot{\theta} \vec{k} \times \vec{G}P - \theta \vec{k} \times \vec{V}_{bag} \)

  \[ \ddot{\theta} = \frac{\pi}{27}, \quad \ddot{\theta}_{bag} = -\dot{\theta} \vec{k} \times (-6\sqrt{3} \vec{i} + 6 \vec{j}) - \dot{\theta} \vec{k} \times \left( \frac{2}{3} \pi \vec{i} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \pi \vec{j} \right) \]

  \( \ddot{\theta}_{bag} = \left( \frac{2}{9} \pi + \frac{2}{27} \sqrt{3} \pi^3 \right) \vec{i} + \left( -\frac{2}{9} \pi \sqrt{3} \pi - \frac{2}{27} \pi^3 \right) \vec{j} \)

  \( \vec{a}_{sür} = \vec{a} \times \vec{G}P + \omega \vec{i} \times \vec{V}_{sür} \quad \alpha = 0 \) (\( \omega \) sabit olduğundan)

  \( \vec{a}_{sür} = 8 \vec{i} \times 48 \vec{k}, \quad \vec{a}_{sür} = -384 \vec{j} \)

  \( \vec{a}_{cor} = 2 \vec{a} \times \vec{V}_{bag} \),  
  \( \vec{a}_{cor} = 16 \vec{i} \times \left( \frac{2}{3} \pi \vec{i} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \pi \vec{j} \right) \)

  \( \vec{a}_{cor} = \frac{32}{3} \sqrt{3} \pi \vec{k} \)

  \( \vec{a}_p = \left[ \left( \frac{2}{9} \pi + \frac{2}{27} \sqrt{3} \pi^3 \right) \vec{i} + \left( -\frac{2}{9} \sqrt{3} \pi - \frac{2}{27} \pi^3 \right) \vec{j} \right] + (-384 \vec{j}) + \left( \frac{32}{3} \sqrt{3} \pi \vec{k} \right) \)

  \( \vec{a}_p = \left( \frac{2}{9} \pi + \frac{2}{27} \sqrt{3} \pi^3 \right) \vec{i} + \left( -\frac{2}{9} \sqrt{3} \pi - \frac{2}{27} \pi^3 - 384 \right) \vec{j} + \frac{32}{3} \sqrt{3} \pi \vec{k} \)

  \[ \vec{a}_p = 1,964 \vec{i} - 266,14 \vec{j} + 58,04 \vec{k} \]
Soru 3) Kütleleri \( m = 10 \text{ kg} \) ve boyları \( l = 2 \text{m} \) olan iki ince çubuk şekilde görüldüğü gibi birbirine C naktasında mafsalla bağlanmış olup B naktası zemin üzerinde serbestçe kayabilmektedir. Sistem \( \theta = 60^\circ \) de ilk hızız olarak harekete bırakıyor. \( \theta = 30^\circ \) de çubukların açısal hızları ile B naktasının hızını bulunuz.

Çözüm:

\[
\tau_{(1)-(2)} + T_1 = T_2, \quad T_1 = 0 \quad \text{(ilk hız sıfır olduğundan)}, \quad \tau_{(1)-(2)} = 2mgh
\]

\[
h = h_1 - h_2, \quad h = \frac{1}{2}\sin 60^\circ - \frac{1}{2}\sin 30^\circ, \quad h = (\sin 60^\circ - \sin 30^\circ), \quad h = 0,366 \text{ m}.
\]

\[
\tau_{(1)-(2)} = 2\times 10 \times 9,81 \times 0,366, \quad \tau_{(1)-(2)} = 71,81 \text{ Nm}. \quad T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_{AC}^2 + \frac{1}{2} m V_{G_2}^2 + \frac{1}{2} I_{G_2} \omega_{BC}^2
\]

\[
V_{G_2} = \omega_{BC} \overline{G_2}, \quad V_C = \omega_{BC} \overline{IC} \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = \frac{\overline{AC}}{\overline{IC}}, \quad \overline{IC} = \overline{IA} - \overline{AC}, \quad \overline{IA} = \frac{AB}{\cos 0}, \quad \overline{AB} = 21 \cos 0, \quad \overline{IA} = 21, \quad \overline{IA} = 4m, \quad \overline{IC} = 2m, \quad \omega_{BC} = \frac{2}{\overline{AC}} \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = \omega_{AC}
\]

\[
\overline{BG}_2 = -\frac{1}{2} \cos 0 \overline{i} + \frac{1}{2} \sin 0 \overline{j}, \quad \overline{BG}_2 = -\cos 30^\circ \overline{i} + \sin 30^\circ \overline{j}, \quad \overline{BG}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \overline{i} + \frac{1}{2} \overline{j}
\]

\[
\overline{IG}_2 = \overline{IG}_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \overline{i} - \frac{3}{4} \overline{j}, \quad \overline{IG}_2 = \frac{3}{4} + \frac{9}{4}, \quad \overline{IG}_2 = \sqrt{3} \overline{m}, \quad V_{G_2} = \sqrt{3} \omega_{AC}
\]

\[
T_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} ml^2 \omega_{AC}^2 + \frac{1}{2} m \times 3 \omega_{BC}^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} ml^2 \omega_{AC}^2, \quad T_2 = \frac{40}{6} \omega_{AC}^2 + \frac{30}{2} \omega_{AC}^2 + \frac{40}{24} \omega_{AC}^2
\]

\[
T_2 = \frac{140}{6} \omega_{AC}^2 = 71,81 \quad \Rightarrow \quad \omega_{AC} = \sqrt{\frac{71,81 \times 6}{140}}, \quad \omega_{AC} = \omega_{AB} = 1,754 \text{ rad} / \text{s}, \quad V_B = \omega_{BC} \overline{IB}
\]

\[
V_B = 1,754 \times 2, \quad V_B = 3,51 \text{ rad} / \text{s}
\]
**Soru 1**) Şekilde görülen 3 çubuk mekanizmasında AB kolu saat ibrelerinin tersi yönünde 360 dev/dak ile dönmektedir. Sistem şekilde gösterilen konumdan geçerken C noktasının hızını ve çubukların açısal hızlarını bulunuz.

\[ V_B = \overline{AB} \omega_{AB}, \quad \omega_{AB} = 360 \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}, \quad \omega_{AB} = 12 \pi \text{ rad/s}, \quad \omega_{AB} = 37,7 \text{ rad/s} \]

\[ V_B = 37,7 \times 10 \quad , \quad V_B = 377 \text{ cm/s} \quad , \quad V_B = \overline{IB} \omega_{BC} \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = \frac{V_B}{\overline{IB}} \]

\[ \overline{IB} = \overline{IA} + \overline{AB} \quad , \quad \overline{IA} = 10 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \overline{IB} = 20 \text{ cm} \quad , \quad \omega_{BC} = \frac{377}{20} \quad , \quad \omega_{BC} = 18,85 \text{ rad/s} \]

\[ V_C = \overline{IC} \omega_{BC} \quad , \quad \overline{IC} = \overline{CD} + \overline{ID} \quad , \quad \overline{CD} = \sqrt{10^2 + 15^2} \quad , \quad \overline{CD} = 18,03 \text{ cm} \]

\[ \overline{IC} = 36,06 \text{ cm} \quad , \quad V_C = 36,06 \times 18,85 \quad , \quad V_C = 679,65 \text{ cm/s} \]

\[ V_C = \overline{CD} \omega_{CD} \quad \Rightarrow \quad \omega_{CD} = \frac{V_C}{\overline{CD}} \quad , \quad \omega_{CD} = \frac{679,65}{18,03} \quad , \quad \omega_{CD} = 37,7 \text{ rad/s} \]
Soru 2)
Yarıçapı \( r = 2 \, \text{cm} \) olan AB dörttebir dairesel çubu üzerinde bir P bileziği \( \theta = (\pi/16)t^2 \) bağıntısı ile hareket etmektedir. Çubuk AO eksenleri etrafında saat ibreleri tersi yönde \( \omega = 6 \, \text{rad/s} \) sabit açısal hız ile dönmektedir. \( t = 2 \) için
a) P bileziğinin hızını  
b) P bileziğinin ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

a) \( \vec{V}_p = \vec{V}_\text{bağı} + \vec{V}_\text{sür} \)

\[
\vec{V}_\text{bağı} = \vec{0} + \hat{k} \times \overrightarrow{OP}, \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{8} \, t, \quad t = 2 \quad \text{de} \quad \theta = \frac{\pi}{4} \, \text{rad}, \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{4} \, \text{rad/s}
\]

\[
\overrightarrow{OP} = r \sin \theta \hat{i} - r \cos \theta \hat{j}, \quad \overrightarrow{OP} = 6\sqrt{2} \hat{i} - 6\sqrt{2} \hat{j}, \quad \vec{V}_\text{bağı} = \frac{\pi}{4} \hat{k} \times (6\sqrt{2} \hat{i} - 6\sqrt{2} \hat{j})
\]

\[
\vec{V}_\text{bağı} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{j}, \quad \vec{V}_\text{sür} = \hat{\omega}_\text{sür} \times \overrightarrow{OP}, \quad \vec{V}_\text{sür} = 6\hat{j} \times (6\sqrt{2} \hat{i} - 6\sqrt{2} \hat{j})
\]

\[
\vec{V}_\text{sür} = -36\sqrt{2} \hat{k}, \quad \vec{V}_p = \left(\frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{j}\right) + (-36\sqrt{2} \hat{k})
\]

\[
\vec{V}_p = 6,66 \hat{i} - 6,66 \hat{j} - 50,91 \hat{k}
\]

b) \( \vec{a}_p = \vec{a}_\text{bağı} + \vec{a}_\text{sür} + \vec{a}_\text{cor} \)

\[
\vec{a}_\text{bağı} = \vec{0} + \hat{k} \times \vec{V}_\text{bağı}, \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{8}
\]

\[
\vec{a}_\text{bağı} = \frac{\pi}{8} \hat{k} \times (6\sqrt{2} \hat{i} - 6\sqrt{2} \hat{j}) + \frac{\pi}{4} \hat{k} \times \left(\frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{j}\right)
\]

\[
\vec{a}_\text{bağı} = \left(\frac{3}{4} \sqrt{2} \pi + \frac{3}{8} \sqrt{2} \pi^2\right) \hat{i} + \left(\frac{3}{4} \sqrt{2} \pi + \frac{3}{8} \sqrt{2} \pi^2\right) \hat{j}
\]

\[
\vec{a}_\text{sür} = \vec{a}_\text{sür} \times \overrightarrow{AP} + \hat{\omega}_\text{sür} \times \vec{V}_\text{sür}, \quad \vec{a}_\text{sür} = \vec{0} (\hat{\omega}_\text{sür} \text{ sabit olduğundan})
\]

\[
\vec{a}_\text{sür} = 6\hat{j} \times (-36\sqrt{2} \hat{k}), \quad \vec{a}_\text{sür} = -216\sqrt{2} \hat{i}
\]

\[
\vec{a}_\text{cor} = 2\hat{\omega}_\text{sür} \times \vec{V}_\text{bağı}, \quad \vec{a}_\text{cor} = 12\hat{j} \times \left(\frac{3}{4} \sqrt{2} \pi \hat{i} - \frac{3}{2} \sqrt{2} \pi \hat{j}\right), \quad \vec{a}_\text{cor} = -18\sqrt{2} \pi \hat{k}
\]

\[
\vec{a}_p = \left(\frac{3}{4} \sqrt{2} \pi + \frac{3}{8} \sqrt{2} \pi^2\right) \hat{i} + \left(\frac{3}{4} \sqrt{2} \pi + \frac{3}{8} \sqrt{2} \pi^2\right) \hat{j} + (-216\sqrt{2} \hat{i}) + (-18\sqrt{2} \pi \hat{k})
\]

\[
\vec{a}_p = \left(\frac{3}{4} \pi + \frac{3}{8} \pi^2 - 216\sqrt{2} \hat{i} + \left(\frac{3}{4} \pi + \frac{3}{8} \pi^2\right) \sqrt{2} \hat{j} - 18\sqrt{2} \pi \hat{k}
\]

\[
\vec{a}_p = -296,9 \hat{i} + 8,57 \hat{j} - 80 \hat{k}
\]
Soru 3) Bir kenarı 30 cm ve ağırlığı 100N olan homojen bir kare levha A ve B noktalardan asılmıştır. B noktası serbest bırakıldığında AC köşegeni düzey konuma geldiğinde levhanın:

a) açısal hızını 
b) A noktasındaki tepki kuvvetini bulunuz.

Çözüm:

a) \( \tau_{(1)\rightarrow(2)} + T_1 = T_2 \)

\[
T_1 = 0 \quad , \quad \tau_{(1)\rightarrow(2)} = mg h \quad , \quad h = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AG} \cos \varphi \quad , \quad \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AC}}{2} \quad , \quad \overrightarrow{AC} = 30\sqrt{2}
\]

\[
\overrightarrow{AG} = 15\sqrt{2} \quad , \quad \varphi = 45^{\circ} \quad , \quad h = 15\sqrt{2} (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \quad , \quad h = 6,213 cm \quad , \quad h = 0,06213m
\]

\[
T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega^2 \quad , \quad I_A = \frac{1}{3} m (0,3)^2 + \frac{1}{3} m (0,3)^2 \quad , \quad I_A = \frac{2}{3} m (0,3)^2
\]

\[
T_2 = 0,03 m \omega^2 = 0,06213 mg \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{0,06213*9,81}{0,03}} \quad , \quad \omega = 4,51 rad / s
\]

b) \[ \sum \vec{F} = m \vec{a}_G \quad \Rightarrow \quad \sum F_x = ma_{gx} \quad , \quad \sum F_y = ma_{gy} \]

\[
a_{gx} = \overrightarrow{AG} \alpha , \quad \sum M_A = I_A \alpha \quad , \quad \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0 , \quad a_{gx} = 0
\]

\[
\sum F_x = ma_{gx} \quad \Rightarrow \quad R_{Ax} = 0
\]

\[
a_{gy} = \overrightarrow{AG} \omega^2 , \quad a_{gy} = 0,15 \sqrt{2} (4,51)^2 \quad , \quad a_{gy} = 4,31 m / s^2
\]

\[
\sum F_y = ma_{gy} \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} - mg = m * 4,31 \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} = m (4,31 + g) \quad , \quad m = \frac{100}{g}
\]

\[
R_{Ay} = \frac{100}{g} (4,31 + g) \quad , \quad R_{Ay} = 143,9 N
\]
A ve B de sabit mafsal ile tesbit edilen diskler C ve D noktalarından CD çubuğu mafsallanmıştır. A da mafsalı disk A etrafında saat ibreleri tersi yönünde 720 dev/dak ile dönmektedir. Şekilde verilen konumda için:
a) CD çubğunun açısal hızını  
b) B de mafsalı olan diskin açısal hızını bulunuz.

\[ r_1 = 10 \text{ cm.}, \quad r_2 = 18 \text{ cm.}, \quad d = 52 \text{ cm.}, \quad \theta = 50^\circ \]

**Çözüm:**

\[ \omega_A = \frac{2\pi \times 720}{60} \text{ rad/s} , \quad \omega_A = 24 \pi \text{ rad/s} \]

\[ V_C = 240 \pi \text{ cm/s} , \quad V_C = \omega_{CD} \overline{IC} \Rightarrow \omega_{CD} = \frac{V_C}{\overline{IC}} \]

\[ \overline{IC} = \overline{IA} + r_1 , \quad \overline{IA} = d \cdot \tan \theta , \quad \overline{IA} = 52 \cdot \tan 50^\circ , \quad \overline{IA} = 61,971 \text{ cm.}, \quad \overline{IC} = 71,971 \text{ cm.} \]

\[ \omega_{CD} = \frac{240\pi}{71,971}, \quad [\omega_{CD} = 10,476 \text{ rad/s}] \]

b) \[ V_D = \omega_{CD} \overline{ID} , \quad \overline{ID} = \overline{IB} - r_2 , \quad \overline{IB} = \frac{d}{\cos \theta} , \quad \overline{IB} = \frac{52}{\cos 50^\circ} , \quad \overline{IB} = 80,898 \text{ cm.} \]

\[ \overline{ID} = 62,898 \text{ cm.} , \quad V_D = 10,476 \times 62,898 , \quad V_D = 658,92 \text{ cm/s} \]

\[ V_D = r_2 \omega_B , \quad \omega_B = \frac{V_D}{r_2} , \quad \omega_B = \frac{658,92}{18} , \quad [\omega_B = 36,61 \text{ rad/s}] \]
Soru 2) Şekilde gösterilen iki çubuktan oluşan rijid cisim y eksenine etrafında dönenken bir p bileziği x yatay konumda dönen kol üzerinde hareket ediyor. Verilen konum ve değerler için P bileziğinin a) hızını b) ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a) \[ \vec{v}_p = \vec{v}_{bağ} + \vec{v}_{sür}. \]
\[ \vec{v}_{bağ} = 10\hat{i}, \quad \vec{v}_{sür} = \vec{o} \wedge \overrightarrow{OP}, \quad \vec{o} = 10\hat{j}, \quad \overrightarrow{OP} = 5\hat{i}, \quad \vec{v}_{sür} = 10\hat{j} \wedge 5\hat{i} \]
\[ \vec{v}_{sür} = -50\hat{k}, \quad \left| \vec{v}_p \right| = 10\hat{i} - 50\hat{k} \]

b) \[ \vec{a}_p = \vec{a}_{bağ} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} \]
\[ \vec{a}_{bağ} = -4\hat{i}, \quad \vec{a}_{sür} = \vec{a} \wedge \overrightarrow{OP} + \vec{o} \wedge \vec{v}_{sür}, \quad \vec{a} = -20\hat{j} \]
\[ \vec{a}_{sür} = -20\hat{j} \wedge 5\hat{i} + 10\hat{j} \wedge -50\hat{k}, \quad \vec{a}_{sür} = -500\hat{i} + 100\hat{k} \]
\[ \vec{a}_{cor} = 2\vec{o}_{sür} \wedge \vec{v}_{bağ}, \quad \vec{a}_{cor} = 20\hat{j} \wedge 10\hat{i}, \quad \vec{a}_{cor} = -200\hat{k} \]
\[ \vec{a}_p = -504\hat{i} - 100\hat{k} \]
Soru 2 farklı) Şekilde gösterilen iki çubuktan oluşan rjid cisim y eksenleri etrafında dönerken bir p bileziği x eksenindeki yatay konumda dönen kol üzerinde hareket ediyor. Verilen konum ve değerler için P bileziğinin
a) hızını
b) ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a) \( \vec{V}_p = \vec{V}_bağ. + \vec{V}_sür. \)

\[ \begin{align*}
\vec{V}_bağ. = & 10 \hat{i}, \quad \vec{V}_sür. = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}, \quad \vec{\omega} = 10 \hat{j}, \quad \overrightarrow{OP} = 5 \hat{i}, \quad \vec{V}_sür. = 10 \hat{j} \wedge 5 \hat{i} \\
\vec{V}_sür. = & -50 \hat{k}, \quad \left[ \vec{V}_p = 10 \hat{i} - 50 \hat{k} \right]
\end{align*} \]

b) \( \vec{a}_p = \vec{a}_bağ. + \vec{a}_sür. + \vec{a}_cor \)

\[ \begin{align*}
\vec{a}_bağ. = & -4 \hat{i}, \quad \vec{a}_sür. = \vec{a} \wedge \overrightarrow{OP} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_sür., \quad \vec{\alpha} = -20 \hat{j} \\
\vec{a}_sür. = & -20 \hat{j} \wedge 5 \hat{i} + 10 \hat{j} \wedge -50 \hat{k}, \quad \vec{a}_sür. = -500 \hat{i} + 100 \hat{k} \\
\vec{a}_cor. = & 2\vec{\omega}_sür. \wedge \vec{V}_bağ., \quad \vec{a}_cor. = 20 \hat{j} \wedge 10 \hat{i}, \quad \vec{a}_cor. = -200 \hat{k} \\
\vec{a}_p = & -504 \hat{i} - 100 \hat{k}
\end{align*} \]
Soru 3) 3kg kütleli ve 75 cm uzunluğundaki AB kolu şekilde gösterildiği gibi C de sabit mafsal ve B de bir ip yardımı ile tesbit edilmiştir. İp kesilip kol harekete brakılıyor kol düşey konuma geldiği anda C mesnetindeki tepki kuvvetini hesaplayınız.

Çözüm:

\[ \sum \ddot{F} = m \ddot{a}_g \]
\[ \sum F_x = ma_{gx} \]
\[ \sum F_y = ma_{gy} \]

\[ a_{gx} = \frac{L}{4} \alpha \quad a_{gy} = \frac{L}{4} \omega^2 \]

\[ \sum M_c = I_c \alpha \quad \sum M_c = 0 \quad \Rightarrow \alpha = 0 \quad a_{gx} = 0 \quad \sum F_x = ma_{gx} \Rightarrow R_{c_x} = 0 \]

\[ \tau_{(1)-(2)} + T_1 = T_2 \quad T_1 = 0 \quad (\text{ilk huzlar sıfır olduğundan}) \]

\[ \tau_{(1)-(2)} = mg h \quad h = \frac{L}{4} \quad \tau_{(1)-(2)} = mg \frac{L}{4} \]

\[ T_2 = \frac{1}{2} I_c \omega^2 \quad I_c = I_g + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 \quad I_c = \frac{1}{12} mL^2 + \frac{1}{16} mL^2 \quad \Rightarrow I_c = \frac{7}{48} mL^2 \]

\[ T_2 = \frac{1}{2} \frac{24}{248} mL^2 \omega^2 = mg \frac{L}{4} \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{24g}{7L}} \quad \omega = \sqrt{\frac{24 \times 9.81}{7 \times 0.75}} \quad \omega = 6.697 \text{ rad/s} \]

\[ a_{gy} = \frac{0.75}{4} \frac{24 \times 9.81}{7 \times 0.75} \quad a_{gy} = 8.41 m/s^2 \]

\[ \sum F_y = ma_{gy} \Rightarrow R_{c_y} - mg = m8.41 \Rightarrow R_{c_y} = m(g + 8.41) \quad R_{c_y} = 54.66 N \]

\[ R_c = 54.66 N \uparrow \]
Soru 1: A otomobili otobanda doğrusal bir yolda hareket ederken B otomobilide $R = 150$ m. Yaracağı bir çakıta hareket ediyor. A nının hızı $1\text{ m/s}^2$ oranında artarken B nının hızı $0.9\text{ m/s}^2$ oranında azalıyor. Şekilde gösterilen konum için

a) A nın Bye göre hızını $V_{A/B}$,  
b) A nın B ye göre ivmesini $a_{A/B}$ hesaplayınız.

Çözüm:

a) $\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

$\vec{V}_A = 75\, \vec{i}$  ,  $\vec{V}_B = 40\cos30^{\circ}\, \vec{i} - 40\sin30^{\circ}\, \vec{j}$  ,  $\vec{V}_B = 20\sqrt{3}\, \vec{i} - 20\, \vec{j}$

$\vec{V}_{A/B} = (75 - 20\sqrt{3})\, \vec{i} + 20\, \vec{j}$  ,  $\vec{V}_{A/B} = 40,36\, \vec{i} + 20\, \vec{j}$  ,  $V_{A/B} = 45,04\text{ km/h}$

$\theta = \arctan\frac{20}{40,36} = 26,36^{\circ}$

b) $\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$

$\vec{a}_A = \vec{\imath}$

$\vec{a}_B = (a_B)_{\vec{\imath}}\, \vec{\imath} + (a_B)_{\vec{j}}\, \vec{j}$  ,  $(a_B)_{\vec{\imath}} = -0,9\text{ m/s}^2$  ,  $(a_B)_{\vec{j}} = \frac{V_B^2}{R}$

$V_B = 40\text{ km/h}$  ,  $\frac{40 \times 1000}{60 \times 60} = m/s$  ,  $V_B = 11,11\text{ m/s}$  ,  $(a_B)_{\vec{j}} = \frac{(11,11)^2}{150}$

$(a_B)_{\vec{\imath}} = 0,823\text{ m/s}^2$  ,  $(a_B)_{\vec{j}} = -0,9\, \vec{\imath} + 0,823\, \vec{j}$

$\vec{a}_B = -0,9\, (\cos30^{\circ}\, \vec{i} + \sin30^{\circ}\, \vec{j}) + 0,823\, (-\sin30^{\circ}\, \vec{i} - \cos30^{\circ}\, \vec{j})$

$\vec{a}_B = -0,45\sqrt{3} + 0,4115\, \vec{i} + (0,45 - 0,4115\sqrt{3})\, \vec{j}$

$\vec{a}_B = -1,191\, \vec{i} - 0,2627\, \vec{j}$

$\vec{a}_{A/B} = 2,191\, \vec{i} - 0,2627\, \vec{j}$  ,  $a_{A/B} = 2,206\text{ m/s}^2$  ,  $\varphi = \arctan\frac{0,2627}{2,191} = 6,84^{\circ}$
Soru 2: Şekildeki Krank-Biyel mekanizmasında AB kranksa saat İbrelerinin tersi yönünde \( \omega_{AB} = 5 \text{ rad/s} \) (sabit) açısal hızı ile döndüğüne göre Şekilde gösterilen konum için C pistonunun  a) hızını  b) ivmesini bulunuz.

\[\begin{align*}
V_B & = \omega_{AB} \overrightarrow{AB} , \quad V_B = 5 \cdot 10 \text{ cm/s} , \quad V_B = 50 \text{ cm/s} \\
V_B & = \omega_{BC} \overrightarrow{IB} \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = \frac{V_B}{IB} , \quad IB = \sqrt{30^2 - 10^2} , \quad IB = 10\sqrt{8} \text{ cm} , \quad \omega_{BC} = \frac{5}{\sqrt{8}} \text{ rad/s} \\
V_C & = \omega_{BC} \overrightarrow{IC} , \quad V_C = \frac{50}{\sqrt{8}} \text{ cm/s} , \quad V_C = 17.68 \text{ cm/s} \\
b) \quad \ddot{a}_C & = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{C/B} , \quad \ddot{a}_B = \alpha_{AB} \overrightarrow{k} \wedge AB + \omega_{AB} \overrightarrow{k} \wedge \ddot{V}_B , \quad \omega_{AB} \text{ sabit olduğundan } \alpha_{AB} = 0 \text{ dır.} \\
\ddot{V}_B & = 50 \overrightarrow{j} , \quad \ddot{a}_B = 5 \overrightarrow{k} \wedge 50 \overrightarrow{j} , \quad \ddot{a}_B = -250 \overrightarrow{i} , \quad \ddot{a}_{C/B} = \alpha_{BC} \overrightarrow{k} \wedge BC + \omega_{BC} \wedge \ddot{V}_{C/B} \\
\ddot{\omega}_{BC} & = -\frac{5}{\sqrt{8}} \overrightarrow{k} , \quad \ddot{V}_{C/B} = \dddot{V}_C - \ddot{V}_B , \quad \dddot{V}_C = -17.68 \overrightarrow{i} , \quad \dddot{V}_{C/B} = -17.68 \overrightarrow{i} - 50 \overrightarrow{j} \\
\overrightarrow{BC} & = 10\sqrt{8} \overrightarrow{i} - 10 \overrightarrow{j} , \quad \dddot{a}_{C/B} = \alpha_{BC} \overrightarrow{k} \wedge (10\sqrt{8} \overrightarrow{i} - 10 \overrightarrow{j}) - \frac{5}{\sqrt{8}} \overrightarrow{k} \wedge (-17.68 \overrightarrow{i} - 50 \overrightarrow{j}) \\
\dddot{a}_{C/B} & = (10\alpha_{BC} - \frac{250}{\sqrt{8}}) \overrightarrow{i} + (10\sqrt{8} \alpha_{BC} + \frac{250}{\sqrt{8}}) \overrightarrow{j} , \quad \dddot{a}_C = a_C \overrightarrow{i} \\
\dddot{a}_C & = a_C \overrightarrow{i} = (10\alpha_{BC} - \frac{250}{\sqrt{8}} - 250) \overrightarrow{i} + (10\sqrt{8} \alpha_{BC} + \frac{250}{\sqrt{8}}) \overrightarrow{j} \\
10\alpha_{BC} - \frac{250}{\sqrt{8}} - 250 & = a_C \\
10\sqrt{8} \alpha_{BC} + \frac{250}{\sqrt{8}} & = 0 \\
\Rightarrow & \quad \alpha_{BC} = -\frac{25}{8\sqrt{8}} = -1.105 \text{ rad/s}^2 \\
a_C & = -349.4 \text{ cm/s}^2
Soru 3: Bir boyama atölyesinde kullanılan şekilde mekanizmada boya parçacıkları

R = 250 mm yarıçaplı bir çembersel tüp içinde çembersel tüpe göre \( V_{bağ} = 150 \text{ mm/s} \) (sabit) bağlı hızı ile hareket ediyor. Aynı anda çembersel tüp ABC kolu etrafında \( \omega_1 = 0,4 \text{ rad/s} \) (sabit) açısal hızı ile dönüyor. Tüp içinde hareket eden boya parçacıklarının hızını ve ivmesini \( \theta = 120^\circ \) için sabit sisteme göre bulunuz.

\[ V_{bağ} = 150 \text{ mm/s} \]

\[ \begin{align*}
\vec{V}_{bağ} &= \vec{V}_{bağ}^k + \vec{V}_{sür} \\
\vec{V}_{bağ}^k &= -\dot{\theta} \hat{k} \wedge \overrightarrow{GP}, \quad \dot{\theta} = \frac{150}{250} \text{ rad/s}, \quad \overrightarrow{GP} = 250 \cos 60^\circ \hat{i} + 250 \sin 60^\circ \hat{j} \\
\vec{V}_{bağ} = -\frac{3}{5} \hat{k} \wedge (125 \hat{i} + 125 \sqrt{3} \hat{j}), \quad \vec{V}_{bağ}^k = 75 \sqrt{3} \hat{i} - 75 \hat{j}, \quad \vec{V}_{sür} = \omega_1 \hat{i} \wedge \overrightarrow{GP} \\
\vec{V}_{sür} &= 0,4 \hat{i} \wedge (125 \hat{i} + 125 \sqrt{3} \hat{j}), \quad \vec{V}_{sür} = 50 \sqrt{3} \hat{k}, \quad \vec{V}_{bağ} = 75 \sqrt{3} \hat{i} - 75 \hat{j} + 50 \sqrt{3} \hat{k} \\
\vec{V}_p &= 129,9 \hat{i} - 75 \hat{j} + 86,6 \hat{k} \\
\vec{a}_{bağ} &= -\dot{\theta} \hat{k} \wedge \overrightarrow{GP} - \dot{\hat{k}} \wedge \vec{V}_{bağ}, \quad \dot{\theta} \text{ sabit olduğundan } \ddot{\theta} = 0 \text{ dır.} \\
\vec{a}_{bağ} = -\frac{3}{5} \hat{k} \wedge (75 \sqrt{3} \hat{i} - 75 \hat{j}), \quad \vec{a}_{bağ} = -45 \hat{i} - 45 \sqrt{3} \hat{j} \\
\vec{a}_{sür} &= \alpha_1 \hat{i} \wedge \overrightarrow{GP} + \omega_1 \hat{i} \wedge \vec{V}_{sür}, \quad \alpha_1 \text{ sabit olduğundan } \alpha_1 = 0 \text{ dır.} \quad \vec{a}_{sür} = 0,4 \hat{i} \wedge 50 \sqrt{3} \hat{k} \\
\vec{a}_{sür} = 20 \sqrt{3} \hat{j}, \quad \vec{a}_{sür} = 2 \omega_1 \hat{i} \wedge \vec{V}_{bağ}, \quad \vec{a}_{sür} = 0,8 \hat{i} \wedge (75 \sqrt{3} \hat{i} - 75 \hat{j}) \\
\vec{a}_{cor} = -60 \hat{k}, \quad \vec{a}_p = -45 \hat{i} - 65 \sqrt{3} \hat{j} - 60 \hat{k}, \quad \vec{a}_p = -45 \hat{i} - 112,6 \hat{j} - 60 \hat{k}
**Soru 1:** Verilen mekanizmadaki doğrusal hareket yapan A bileğinin Şekilde gösterildiği anda hızı sağa doğru \( V_A = 2.5 \text{ m/s} \) , ivmesi \( a_A = 1.5 \text{ m/s}^2 \) olduğuna göre BC kranının açısal hızını ve açısal ivmesini \( \theta = 30^\circ \) için bulunuz.

Ani dönme merkezi I sonsuzda olduğundan \( \omega_{AB} = 0 \) ve \( V_A = V_B \) dir.

\[
V_B = \omega_{BC} \overrightarrow{BC} \quad \Rightarrow \quad \omega_{BC} = \frac{V_B}{BC}, \quad \omega_{BC} = \frac{2.5}{1.25}, \quad \omega_{BC} = 2 \text{ rad/s}
\]

\[
\ddot{a}_B = 1.5 \hat{i} = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{A/B}
\]

\[
\ddot{a}_B = \alpha_{BC} \hat{k} \land CB + \omega_{BC} \hat{k} \land \vec{V}_B, \quad \ddot{a}_{A/B} = \alpha_{AB} \hat{k} \land BA + \omega_{AB} \hat{k} \land \vec{V}_{A/B}
\]

\[
\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} -1.25 \hat{j} \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_B = 2.5 \hat{i}, \quad \overrightarrow{BA} = \frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{2} \hat{j}
\]

\[
\ddot{a}_B = \alpha_{BC} \hat{k} \land (-1.25) \hat{j} + 2 \hat{k} \land 2.5 \hat{i}, \quad \ddot{a}_B = 1.25 \alpha_{BC} \hat{i} + 5 \hat{j}
\]

\[
\ddot{a}_{A/B} = \alpha_{AB} \hat{k} \land \left( \frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{3}{2} \hat{j} \right), \quad \ddot{a}_{A/B} = \frac{3}{2} \alpha_{AB} \hat{i} + \frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} \hat{j}
\]

\[
\ddot{a}_A = 1.5 \hat{i} = (1.25 \alpha_{BC} + \frac{3}{2} \alpha_{AB}) \hat{i} + (\frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} + 5) \hat{j}
\]

\[
\begin{cases}
1.25 \alpha_{BC} + \frac{3}{2} \alpha_{AB} = 1.5 \\
\frac{3}{2} \sqrt{3} \alpha_{AB} + 5 = 0
\end{cases} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = -1.92 \text{ rad/s}^2, \quad \alpha_{BC} = 3.51 \text{ rad/s}^2
\]
Soru 2: Dikdörtgen çeklindeki OABC plakası xoy düzleminde kalarak o noktasta etrafında x den y ye doğru 
\( V_{bağ.} = 6 \text{ cm/s} \) (sabit) bağlı hız ile hareket ediyor. Plaka şeklindeki konumdan geçerken 
acısal hız \( \omega = 8 \text{ rad/s} \) (sabit) olup P maddesel noktası AC köşegeninin ortasındadır. Bu an için P maddesel noktasının sabit eksen sistemine göre hız ve ivme vektörlerini hesaplayınız.

Çözüm:

\[
\begin{align*}
\vec{V}_p &= \vec{V}_{bağ.} + \vec{V}_{sur.} \\
\vec{V}_{bağ.} &= \vec{V}_{bağ.} \vec{U}_{AC}, \quad \vec{U}_{AC} = \frac{4}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{j}, \quad \vec{V}_{bağ.} = \frac{6}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{j}, \quad \vec{V}_{bağ.} = \frac{24}{5} \vec{i} - \frac{18}{5} \vec{j} \\
\vec{V}_{sur.} &= \omega \vec{k} \wedge \vec{OP}, \quad \vec{OP} = 20 \vec{i} + 15 \vec{j}, \quad \vec{V}_{sur.} = 8 \vec{k} \wedge (20 \vec{i} + 15 \vec{j}), \quad \vec{V}_{sur.} = -120 \vec{i} + 160 \vec{j} \\
\vec{V}_p &= \left( \frac{24}{5} - 120 \vec{i} + (160 - \frac{18}{5}) \vec{j} \right), \quad \vec{V}_p = -115,2 \vec{i} + 156,4 \vec{j} \\
\vec{a}_p &= \vec{a}_{bağ.} + \vec{a}_{sur.} + \vec{a}_{cor.} \\
\vec{a}_{bağ.} &= \alpha \vec{U}_{AC}, \quad \vec{V}_{bağ.} \quad \text{sabit olduğundan} \quad \vec{a}_{bağ.} = \vec{0} \quad \text{dir.} \\
\vec{a}_{sur.} &= \alpha \vec{k} \wedge \vec{OP} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{sur.}, \quad \omega \quad \text{sabit olduğundan} \quad \alpha = 0 \quad \text{dir.} \quad \vec{a}_{sur.} = 8 \vec{k} \wedge (-120 \vec{i} + 160 \vec{j}) \\
\vec{a}_{sur.} &= -1280 \vec{i} - 960 \vec{j} \\
\vec{a}_{cor.} &= 2 \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{bağ.}, \quad \vec{a}_{cor.} = 16 \vec{k} \wedge \left( \frac{24}{5} \vec{i} - \frac{18}{5} \vec{j} \right), \quad \vec{a}_{cor.} = 57,6 \vec{i} + 76,8 \vec{j} \\
\vec{a}_{p} &= -1222,4 \vec{i} - 883,2 \vec{j}
\end{align*}
\]
Soru 3 : 6 kg kütleli homojen bir çubuğun A ucu yatay düzlemle temas halinde iken B ucu düşey düzlemde hareket edebilen bir bileziğe mafsallıdır. Ve bu bileziğe bir P kuvveti uygulanarak bileziğe yukarı doğru $V_b = 0,5 m/s$ (sabit) hız verilmektedir. Sürünme kuvvetlerini ihmal ederek A mesnedindeki tepki kuvvetini $\theta = 30^0$ için bulunuz.

![Diagram](image)

Çözüm:

$$\sum \ddot{F} = m\ddot{a}_G, \quad \sum M_G = I_G$$

$$\ddot{a}_G = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{G/B}, \quad v_B \text{ sabit olduğundan } \ddot{a}_B = 0 \text{ dir.}$$

$$\ddot{a}_{G/B} = \alpha_{AB} \dddot{k} \wedge BG + \omega_{AB} \dddot{k} \wedge \dddot{V}_{G/B}, \quad \dddot{V}_{G/B} = \omega_{AB} \dddot{k} \wedge \dddot{V}_{G/B}$$

$$\dddot{a}_A = \dddot{a}_B + \dddot{a}_{A/B}, \quad \dddot{a}_A = a_A \dddot{i}, \quad \dddot{a}_B = 0, \quad \dddot{a}_{A/B} = \alpha_{AB} \dddot{k} \wedge B\dddot{A} + \omega_{AB} \dddot{k} \wedge \dddot{V}_{A/B}$$

$$\dddot{V}_B = \dddot{IB} \ast \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{V_B}{\dddot{IB}} = \frac{0,5}{0,6\sqrt{3}}, \quad \omega_{AB} = \frac{5}{6\sqrt{3}}, \quad \dddot{V}_A = \frac{1}{2\sqrt{3}}\dddot{i}$$

$$\dddot{V}_{A/B} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\dddot{i} - 0,5\dddot{j}, \quad \dddot{V}_{G/B} = \frac{5}{6\sqrt{3}}\dddot{k} \wedge (-0,3\sqrt{3}\dddot{i} - 0,3\dddot{j}), \quad \dddot{V}_{G/B} = \frac{1}{4\sqrt{3}}\dddot{i} - \frac{1}{4}\dddot{j}$$

$$a_A \dddot{i} = \alpha_{AB} \dddot{k} \wedge (-0,6\sqrt{3}\dddot{i} - 0,6\dddot{j}) + \frac{5}{6\sqrt{3}}\dddot{k} \wedge (\frac{1}{2\sqrt{3}}\dddot{i} - 0,5\dddot{j})$$

$$a_A \dddot{i} = (0,6\alpha_{AB} + \frac{5}{12\sqrt{3}})\dddot{i} + (-0,6\sqrt{3}\alpha_{AB} + \frac{5}{12*3})\dddot{j} \Rightarrow \alpha_{AB} = 0,13365 \text{ rad} / s^2, \quad a_A = 0,32075 \text{ m} / s^2$$

$$\dddot{a}_G = 0,13365\dddot{k} \wedge (-0,3\sqrt{3}\dddot{i} - 0,3\dddot{j}) + \frac{5}{6\sqrt{3}}\dddot{k} \wedge (\frac{1}{4\sqrt{3}}\dddot{i} - \frac{1}{4}\dddot{j})$$
\[ \ddot{a}_G = 0,160375 \hat{i} - 3,22 \times 10^{-11} \hat{j}, \quad \ddot{a}_G = 0,160375 \hat{i} \]
\[ \sum F_x = m a_x \Rightarrow N = 6 \times 0,160375, \quad N = 0,96 \text{ Newton} \]
\[ \sum F_y = m a_y \Rightarrow P + R_A - mg = 0, \quad P + R_A = 6 \times 9,81, \quad P + R_A = 58,86 \text{ Newton} \]
\[ \sum M_G = I_G \Rightarrow \frac{0,6 \sqrt{3}}{2} P - \frac{0,6}{2} N - \frac{0,6 \sqrt{3}}{2} R_A = \frac{1}{12} m \cdot L^2 \cdot \alpha_{AB} \]
\[ \frac{0,6 \sqrt{3}}{2} P - 0,96 \times \frac{0,6}{2} - \frac{0,6 \sqrt{3}}{2} R_A = \frac{1}{12} \times 6 \times 1,2^2 \times 0,13365 \]
\[ P - R_A = 0,384225 \times \frac{2}{0,6 \sqrt{3}} \]
\[ P + R_A = 58,86 \]
\[ \Rightarrow R_A = 29,06 \text{ Newton} \]
Makine 2 G1 2002-2003 Yaz Okulu Dinamik Dersi 3. Vize Soruları ve Cevapları

Soru 1: 60 mm yarıçapındaki bir A tekerleği AB çubuına A ucundan mafsallıdır. AB çubuğu da C de sabit mafsalli olan BC çubuına B ucundan mafsallıdır. Şekilde gösterildiği anda A tekerleğinin merkezi sola doğru 300 mm/s (sabit) hız ile hareket ediyor. Bu anda çubukların, a) açısal hızlarını b) açısal ivmelerini bulunuz.

Çözüm:

\[ a) \quad V_A = \mathbf{\bar{I}A} \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{V_A}{\mathbf{\bar{I}A}}, \quad \mathbf{\bar{I}A} = \mathbf{\bar{IK}} - 60 \]

\[ \mathbf{\bar{IK}} = 245 \tan \theta , \quad \tan \theta = \frac{240}{70}, \quad \mathbf{\bar{IK}} = 840 \text{ mm} \]

\[ \mathbf{\bar{IA}} = 780 \text{ mm}, \quad \omega_{AB} = \frac{300}{78}, \quad \omega_{AB} = \frac{15}{39}, \quad \omega_{AB} = 0,385 \text{ rad/s} \]

\[ V_B = \mathbf{\bar{IB}} \omega_{AB}, \quad \mathbf{\bar{IB}} = \mathbf{\bar{IC}} - \mathbf{\bar{BC}}, \quad \mathbf{\bar{BC}} = \sqrt{70^2 + 240^2}, \quad \mathbf{\bar{BC}} = 250 \text{ mm} \]

\[ \mathbf{\bar{IC}} = \frac{245}{70} \Rightarrow \mathbf{\bar{IC}} = 875 \text{ mm}, \quad \mathbf{\bar{IB}} = 625 \text{ mm}, \quad V_B = 240,4 \text{ mm/s} \]

\[ V_B = \mathbf{\bar{BC}} \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{V_B}{\mathbf{\bar{BC}}}, \quad \omega_{BC} = 75/78 \]

\[ \omega_{BC} = 0,96 \text{ rad/s} \]

\[ b) \quad \mathbf{\bar{a}}_B = \alpha_{BC} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge \mathbf{\bar{CB}} - \omega_{BC} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge \mathbf{\bar{V}}_B \]

\[ \mathbf{\bar{a}}_B = \mathbf{\bar{a}}_A + \mathbf{\bar{a}}_{B/A}, \quad A \text{ noktasının hareketi doğrusal hız ve hızı } V_A \text{ sabit olduğundan } \mathbf{\bar{a}}_A = 0 \text{ dir.} \]

Bu durumda \[ \mathbf{\bar{a}}_B = \alpha_{AB} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge \mathbf{\bar{AB}} + \omega_{AB} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge \mathbf{\bar{V}}_{B/A} \]

yazılabilir.

\[ \mathbf{\bar{V}}_B = -\omega_{BC} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge \mathbf{\bar{CB}}, \quad \mathbf{\bar{V}}_{B/A} = \mathbf{\bar{V}}_B - \mathbf{\bar{V}}_A, \quad \mathbf{\bar{V}}_A = 300 \mathbf{i}, \quad \mathbf{\bar{CB}} = 70 \mathbf{i} + 240 \mathbf{j}, \quad \mathbf{\bar{AB}} = -175 \mathbf{i} + 180 \mathbf{j} \]

\[ \mathbf{\bar{V}}_B = -\frac{75}{78} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge (70 \mathbf{i} + 240 \mathbf{j}), \quad \mathbf{\bar{V}}_B = 230,77 \mathbf{i} - 67,31 \mathbf{j}, \quad \mathbf{\bar{V}}_{B/A} = -69,23 \mathbf{i} - 67,31 \mathbf{j} \]

\[ \mathbf{\bar{a}}_B = \alpha_{AB} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge (-175 \mathbf{i} + 180 \mathbf{j}) + \frac{15}{39} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge (-69,23 \mathbf{i} - 67,31 \mathbf{j}) \]

\[ \mathbf{\bar{a}}_B = (-180 \alpha_{AB} + 25,89) \mathbf{i} + (-175 \alpha_{AB} - 26,63) \mathbf{j} \]

\[ \mathbf{\bar{a}}_B = \alpha_{BC} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge (70 \mathbf{i} + 240 \mathbf{j}) - \frac{75}{78} \mathbf{\bar{\kappa}} \wedge (230,77 \mathbf{i} - 67,31 \mathbf{j}) \]
\[ \ddot{a}_B = (-240\alpha_{BC} - 64,72) \hat{i} + (70\alpha_{BC} - 221,89) \hat{j} \]
\[ \ddot{a}_B = (-240\alpha_{BC} - 64,72) \hat{i} + (70\alpha_{BC} - 221,89) \hat{j} = (-180\alpha_{AB} + 25,89) \hat{i} + (-175\alpha_{AB} - 26,63) \hat{j} \]
\[-240\alpha_{BC} - 64,72 = -180\alpha_{AB} + 25,89 \]
\[70\alpha_{BC} - 221,89 = -175\alpha_{AB} - 26,63 \]
\[ \begin{cases} 
180\alpha_{AB} - 240\alpha_{BC} = 90,61 \\
175\alpha_{AB} + 70\alpha_{BC} = 195,26 
\end{cases} \]
\[ \Rightarrow \]
\[ \alpha_{AB} = 0,97 \text{ rad/s}^2 \]
\[ \alpha_{BC} = 0,35 \text{ rad/s}^2 \]
**Soru 2:** Merkezinden R/2 mesafesinde mafsallı olan bir eksantrik A etrafında \( \omega = 30 \text{ rad} / \text{s} \) açısal hız ile dönüyor. Aynı anda P rulman ve itici yay tarafından eksantrige sürekli temasta olan PB çubu doğrusal öteleme hareketi yapıyor. Şekilde gösterildiği anda PB çubğunun, a) hızını  b) ivmesini bulunuz.

![Diagram](image)

\( R = 8 \text{ cm.} \)

**Çözüm:**

a) \( \vec{V}_p = \vec{V}_{bağ} + \vec{V}_{sür} \), \( \vec{V}_p = V_p \hat{i} \)

\[ \vec{V}_{sür} = \omega \vec{k} \wedge \overrightarrow{AP} \]
\[ \overrightarrow{AP} = \frac{3}{2} R \hat{i} \]
\[ \vec{V}_p = 30 \hat{k} \wedge 12 \hat{i} \]

\[ \vec{V}_{bağ} = \omega_{bağ} \vec{k} \wedge \overrightarrow{GP} \]
\[ \vec{V}_{bağ} = 8 \omega_{bağ} \hat{j} \]

\[ \vec{V}_p = (8 \omega_{bağ} + 360) \hat{j} \]

\[ (8 \omega_{bağ} + 360) = 0 \Rightarrow \omega_{bağ} = -45 \text{ rad} / \text{s} \]

b) \( \vec{a}_p = \vec{a}_{bağ} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} \), \( \vec{a}_p = a_p \hat{i} \)

\[ \vec{a}_{bağ} = \alpha_{bağ} \vec{k} \wedge \overrightarrow{GP} + \omega_{bağ} \vec{k} \wedge \vec{V}_{bağ} \]
\[ \vec{V}_{bağ} = -360 \hat{j} \]
\[ \vec{a}_{bağ} = 8 \alpha_{bağ} \hat{j} - 2880 \hat{i} \]

\[ \vec{a}_{sür} = \alpha \vec{k} \wedge \overrightarrow{AP} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{sür} \]
\[ \omega \text{ sabit olduğundan } \alpha = 0 \text{ dır.} \]

\[ \vec{a}_{sür} = 30 \hat{k} \wedge 360 \hat{j} \]
\[ \vec{a}_{cor} = 2 \alpha \vec{k} \wedge \vec{V}_{bağ} \]

\[ \vec{a}_{cor} = 60 \hat{k} \wedge -360 \hat{j} \]

\[ \vec{a}_{cor} = 21600 \hat{i} \]

\[ \vec{a}_p = a_p \hat{i} = (2880 - 10800 + 21600) \hat{i} + 8 \alpha_{bağ} \hat{j} \]

\[ a_p = -2880 - 10800 + 21600 \]

\[ 8 \alpha_{bağ} = 0 \]

\[ \Rightarrow a_p = 7920 \text{ mm} / \text{s}^2 \]

\[ \alpha_{bağ} = 0 \]
**Soru 3:** 1,5 kg kütleli bir yarıçap şeklindeki çubuk A ucuna bağlına bilezik düsey bir kanalda , B ucuna bağlına bilezik ise yatay kanalda hareket ediyor. Bileziklerin kütleleri ihmal edildiğine göre B bileziğine yatay doğrultuda değişken bir P kuvveti uygulanarak B nin sağa doğru 5 m/s sabit hız ile hareketi sağlanır, Şekildeki konum için

a) P kuvvetinin şiddetini b) B deki tepki kuvvetini bulunuz.

Çözüm :
\[ \sum \vec{F} = \vec{m} \vec{a}, \quad \sum M_G = I_G \alpha \] kinetik denklemleri uygulayabilmek için çubuğun acısal hızı ve kütеле merkezinin ivmesi ile ilgili kinematik bağıntıları kullanmak gerekir.

\[ \vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}, \quad \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \]

\[ \vec{a}_{G/A} = \alpha \vec{k} \wedge \vec{AG} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{G/A}, \quad \vec{a}_{B/A} = \alpha \vec{k} \wedge \vec{AB} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{B/A} \]

\[ V_B \] sabit olduğundan \( a_B = 0 \) dır.

Ani dönme merkezi A da ki mafsalı üzerinde olduğundan \( V_A = 0 \) dır.

\[ V_B = \frac{\vec{V}_{AB}}{\vec{AB}} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{V_B}{\vec{AB}}, \quad \omega = \frac{5}{0,4}, \quad \omega = 12,5 \text{ rad/s} \]

\[ \vec{V}_{G/A} = \vec{V}_{AB} - \vec{V}_A, \quad \vec{V}_{B/A} = 5 \vec{i}, \quad \vec{AB} = -2R \vec{j}, \quad \vec{V}_{G/A} = \omega \vec{k} \wedge \vec{AG}, \quad \vec{AG} = \frac{2R}{\pi} \vec{i} - R \vec{j} \]

\[ \vec{a}_{B/A} = \alpha \vec{k} \wedge -0,4 \vec{j} + 12,5 \vec{k} \wedge 5 \vec{i}, \quad \vec{a}_{B/A} = 0,4 \alpha \vec{i} + 62,5 \vec{j} = -a_A \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0 \]

\[ a_A = -62,5 \text{ m/s}^2, \quad a_A = -62,5 \vec{j} \]

\[ \vec{AG} = 0,127 \vec{i} - 0,2 \vec{j}, \quad \vec{V}_{G/A} = 12,5 \vec{k} \wedge (0,127 \vec{i} - 0,2 \vec{j}), \quad \vec{V}_{G/A} = 2,5 \vec{i} + 1,5915 \vec{j} \]

\[ \vec{a}_{G/A} = 12,5 \vec{k} \wedge (2,5 \vec{i} + 1,5915 \vec{j}), \quad \vec{a}_{G/A} = -19,89 \vec{i} + 31,25 \vec{j} \]

\[ \sum \vec{F} = \vec{m} \vec{a}_G \Rightarrow (P + R_A) \vec{i} + (R_B - mg) \vec{j} = m (-19,89 \vec{i} - 31,25 \vec{j}) \Rightarrow \]

\[ P + R_A = -19,89 \text{ m} \]

\[ R_B - mg = -31,25 \quad \Rightarrow \quad R_B = -32,16 \text{ Newton} \]

\[ \sum M_G = I_G \alpha, \quad \alpha = 0 \] olduğundan \( \sum M_G = 0 \) \( \Rightarrow \quad P \cdot R - R_B \frac{2R}{\pi} - R_A R = 0 \)

\[ P - R_A = -20,47 \]

\[ P + R_A = -29,84 \quad \Rightarrow \quad P = -25,16 \text{ Newton}, \quad R_A = -4,68 \text{ Newton} \]
Soru 1: BHDF İstavrozu AB ve DE çubukları ile bağlanmıştır. AB Çubuğu $\omega_{ab} = 4 \text{ rad/s}$ sabit açısal hızı ile saat ibreleri yönünde dönüyor. Şekilde gösterildiği anda istavrozu a) açısal hızını b) açısal ivmesini c) G merkez noktasının ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a) $V_B = \vec{AB} \cdot \omega_{AB}$, $\vec{AB} = \sqrt{150^2 + 200^2}$, $\overline{AB} = 250 \text{ mm}$, $V_B = 1000 \text{ mm/s}$

b) $\vec{V}_B = \vec{IB} \cdot \omega_{BHDF}$

b) $\vec{V}_B = \vec{IB} \cdot \omega_{BHDF}$, $\vec{IB} = \frac{V_B}{IB}$, $\omega_{BHDF} = \omega_{BHDF} = 4 \text{ rad/s}$

$c) \vec{V}_D = V_B = 1000 \text{ mm/s}$, $\omega_{BD} = 4 \text{ rad/s}$

b) $\vec{V}_D = V_B = 1000 \text{ mm/s}$, $\omega_{BD} = 4 \text{ rad/s}$

b) $\vec{V}_D = \vec{IB} \cdot \omega_{BHDF}$, $\vec{IB} = \frac{V_B}{IB}$, $\omega_{BHDF} = \omega_{BHDF} = 4 \text{ rad/s}$

b) $\vec{V}_D = \vec{IB} \cdot \omega_{BHDF}$, $\vec{IB} = \frac{V_B}{IB}$, $\omega_{BHDF} = \omega_{BHDF} = 4 \text{ rad/s}$
\[ \ddot{a}_{G/D} = \alpha_{BDF} \ddot{k} \wedge (-150) \ddot{i} - 4 \ddot{k} \wedge 600 \ddot{j}, \quad \ddot{a}_{G/D} = 2400 \ddot{i} - 150 \alpha_{BDF} \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_{G} = (-2400 \ddot{i} - 3200 \ddot{j}) + (-2400 \ddot{i} + 150 \alpha_{BDF} \ddot{j}) = \\
[(200 \alpha_{ED} + 2400) \ddot{i} + (-150 \alpha_{ED} - 3200) \ddot{j}] + (2400 \ddot{i} - 150 \alpha_{BDF} \ddot{j}) \\
\ddot{a}_{G} = -4800 \ddot{i} + (150 \alpha_{BDF} - 3200) \ddot{j} = \\
(4800 - 200 \alpha_{ED}) \ddot{i} + (-150 \alpha_{ED} - 3200 - 150 \alpha_{BDF} \ddot{j}) \]
\[ \left\{ \begin{array}{l}
4800 - 200 \alpha_{ED} = -4800 \\
-150 \alpha_{ED} - 3200 - 150 \alpha_{BDF} = 150 \alpha_{BDF} - 3200
\end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_{ED} = 48 \text{ rad} / \text{s}^2, \quad \alpha_{BDF} = 24 \text{ rad} / \text{s}^2 \\
\]
c) \[ \ddot{a}_{G} = -4800 \ddot{i} + (150 \alpha_{BDF} - 3200) \ddot{j} \]
\[ \dddot{a}_{G} = -4800 \dddot{i} + 400 \dddot{j}, \quad \dddot{a}_{G} = 4816,6 \text{ mm} / \text{s}^2, \quad \dddot{a}_{G} = 4,8 \text{ m} / \text{s}^2 \]
**Soru 2:** P pimi bir plaka içinde bulunan çembersel bir kanalda \( V_{bağ.} = 400 \text{ mm/s} \) (sabit) bağıl hızı ile hareket ediyor. Şekilde gösterildiği anda plakanın açısal hızı \( \omega = 6 \text{ rad/s} \) dir ve \( 20 \text{ rad/s}^2 \) oran ile artmaktadır. ve \( \theta = 90^\circ \) olduğunu göre P piminin hızı ve ivmesini bulunuz.

![Diagram](image)

(Ölçüler mm. cinsindendir.)

**Çözüm:**
\[
\vec{V}_p = \vec{V}_{bağ.} + \vec{V}_{sür.}
\]
\[
\vec{V}_{bağ.} = V_{bağ.} \hat{i} \quad \text{ve} \quad \vec{V}_{sür.} = 400 \hat{i} \quad \text{ve} \quad \vec{V}_{sür.} = \omega \vec{AP} = 150 \hat{i} + 100 \hat{j}
\]
\[
\vec{V}_{sür.} = -6\hat{k} \times (150 \hat{i} + 100 \hat{j}) \quad \text{ve} \quad \vec{V}_{sür.} = 600 \hat{i} - 900 \hat{j} \quad \text{ve} \quad \vec{V}_{P} = 1000 \hat{i} - 900 \hat{j}
\]
\[
\vec{a}_P = \vec{a}_{bağ.} + \vec{a}_{sür.} + \vec{a}_{cor.}
\]
\[
\vec{a}_{bağ.} = \frac{dV_{bağ.}}{dt} \hat{i} - \frac{V_{bağ.}^2}{150} \hat{j} \quad \text{ve} \quad \vec{V}_{bağ.} \text{ sabit olduğundan} \quad \frac{dV_{bağ.}}{dt} = 0 \quad \vec{a}_{bağ.} = -\frac{400^2}{150} \hat{j}
\]
\[
\vec{a}_{bağ.} = -\frac{3200}{3} \hat{j}
\]
\[
\vec{a}_{sür.} = -\omega \vec{AP} - \omega \vec{V}_{sür.} \quad \vec{a}_{sür.} = -20\hat{k} \times (150\hat{i} + 100\hat{j}) - 6\hat{k} \times (600\hat{i} - 900\hat{j})
\]
\[
\vec{a}_{sür.} = -3000 \hat{j} + 2000\hat{i} - 3600\hat{j} - 5400\hat{i} \quad \vec{a}_{sür.} = -3400\hat{i} - 6600\hat{j}
\]
\[
\vec{a}_{cor.} = -2\omega \vec{V}_{bağ.} \quad \vec{a}_{cor.} = -12\hat{k} \times 400\hat{i} \quad \vec{a}_{cor.} = -4800 \hat{j}
\]
\[
\vec{a}_P = -3400\hat{i} - (11400 + \frac{3200}{3})\hat{j} \quad \vec{a}_P = -3400\hat{i} - 12466.7\hat{j}
\]
**Soru 3:** 12 kg kütleli AB çubuğunun uçları şekildeki kanallar doğrultusunda hareket etmektedir. Düşey kanalda hareket eden A ucuna katsayı $k = 120 \text{N/m}$ olan bir yay bağlıdır. Bu yay $\theta = 0$ da doğal uzunluğundadır. Eğer çubuk $\theta = 0$ da ilik hızız harekete bırakılsrsa $\theta = 30^\circ$ de A ucunun hızını bulunuz.

![Diagram](image)
MAKİNE 2 G1  2003-2004 GÜZ YARIYILI DİNAMİK DERSİ 1.VİZE SORULARI VE CEVAPLARI

SORU 1) Bir maddesel nokta bir doğru üzerinde \( a = -0.15V^2 \) ivme –hız bağıntısı ile hareket ediyor. \( t = 0 \) da konum \( s = 0 \) ve hız \( V = 36 \text{m/s} \) olduğuna göre \( t = 5 \) deki konumu hızı ve ivmeyi hesaplayınız.

Çözüm:

\[
a = \frac{dV}{dt} \quad \text{den} \quad \frac{dV}{dt} = -0.15V^2 \quad \Rightarrow \quad -0.15\int_0^t dt = \int V^{-2} dV
\]

\[
-0.15t = -\frac{1}{V} \bigg|_36^V \quad \Rightarrow \quad 0.15t = \frac{1}{V} - \frac{1}{36} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{V} = 0.15t + \frac{1}{36} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{0.15t + \frac{1}{36}}
\]

\[
V = \frac{ds}{dt} \quad \text{den} \quad \frac{ds}{dt} = \left(0.15t + \frac{1}{36}\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \int ds = \int_0^t \left(0.15t + \frac{1}{36}\right)^{-1} dt
\]

\[
s = \frac{1}{0.15} \ln(0.15t + \frac{1}{36}) \bigg|_0^t \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1}{0.15} \ln(\frac{0.15t + \frac{1}{36}}{\frac{1}{36}}) \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1}{0.15} \ln(5.4t+1)
\]

\( t = 5 \). Saniyede \( s = \frac{1}{0.15} \ln(5.4*5+1) \), \( s = 22.21 \text{m} \)

\[
V = \frac{1}{0.15*5 + \frac{1}{36}}, \quad \boxed{V = 1.29 \text{m/s}}
\]

\[
a = -0.15*1.286^2, \quad \boxed{a = -0.248 \text{m/s}^2}
\]
SORU 2 ) A ve B motor bisikletleri iki çembersel yol üzerinde hızlarının şiddetleri sabit kalacak şekilde hareket etmektedir. Şekilde gösterildiği anda B motor bisikletinin A motor bisikletine göre yer, hız ve ivme vektörlerini bulunuz.

Şekilde A, B motor bisikletlerinin hiz ve ivme vektörleri gösterilmiştir.

Hiz ve ivme vektörleri hesaplanması için:

1. Hız vektörleri:
   \( \vec{V}_A = 30 \text{ km/saat} \)
   \( \vec{V}_B = 50 \text{ km/saat} \)

2. İvme vektörleri:
   \( \vec{a}_B = \frac{V_B^2}{R_B} \)
   \( \vec{a}_A = \frac{V_A^2}{R_A} \)

Çözüm:

- **B/A** vektörü:
  \( \vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \)

- **A/B** vektörü:
  \( \vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B \)

- **Hız vektörü:**
  \( \vec{V}_{B/A} = \vec{V}_B - \vec{V}_A \)
  \( \vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B \)

- **İvme vektörü:**
  \( \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A \)
  \( \vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A - \vec{a}_B \)

- **Hız ve ivme vektörleri** hesaplanarak, hız ve ivme değerleri bulunur.

- **Hız vektörü:**
  \( \vec{V}_{B/A} = (3 - \sin 40^0) \hat{i} + 1,5 \cos 40^0 \hat{j} \)
  \( \vec{V}_{A/B} = -\sin 30^0 \hat{i} + \cos 30^0 \hat{j} \)

- **İvme vektörü:**
  \( \vec{a}_{B/A} = 2,54 \hat{i} + 0,28 \hat{j} \)
  \( \vec{a}_{A/B} = -12,32 \hat{i} + 17,14 \hat{j} \)

- **B/A** hız ve ivme vektörleri:
  \( \vec{V}_{B/A} = 21,11 \text{ km/saat} \)
  \( \vec{a}_{B/A} = 621,31 \hat{i} - 497,32 \hat{j} \)

- **A/B** hız ve ivme vektörleri:
  \( \vec{V}_{A/B} = 795,8 \text{ km/saat} \)
  \( \vec{a}_{A/B} = 1071,313 \hat{i} - 1276,741 \hat{j} \)

- **A ve B motor bisikletleri** üzerindeki hız ve ivme vektörleri hesaplanarak, hareket boyutları ve yönleri belirlenir.
SORU 3) Şekildeki mekanizmada A diski saat ibreleri yönünde $\omega = 5 \, \text{rad/s}$ (sabit) açısal hızı ile dönüyor. Mekanizma verilen konumdan geçerken B bileziğinin a) hızını b) ivmesini bulunuz:

![Diagram](image-url)

Çözüm:

![Diagram](image-url)

a) Mekanizma şekildeki konumdan geçerken $\angle AIB = \angle ABI = 45^0$, $\overline{IA} = \overline{AB} = 0,8 \, \text{m}$

$\overline{IB} = 0,8 \sqrt{2} \, \text{m}$, $V_A = \overline{OA} \omega$, $V_A = 0,2 \times 5$, $V_A = 1 \, \text{m/s}$, $V_A = \overline{IA} \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{V_A}{\overline{IA}}$

$\omega_{AB} = \frac{1}{0,8}$, $\omega_{AB} = 1,25 \, \text{rad/s}$, $V_B = \overline{IB} \omega_{AB}$, $V_B = 0,8 \sqrt{2} \times 1,25$, $V_B = \sqrt{2} \, \text{m/s}$

$V_B = 1,41 \, \text{m/s}$

b)
\[ \ddot{a}_B = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{B/A}, \quad \ddot{a}_A = \ddot{\alpha} \wedge \overrightarrow{O A} + \ddot{\omega} \wedge \dot{V}_A, \quad \ddot{\alpha} = 0, \quad \ddot{\omega} = -5 \dddot{k} \]

\[ \dot{V}_A = V_A (\cos 45^0 \dddot{i} + \sin 45^0 \dddot{j}), \quad \dot{V}_A = \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{j}, \quad \dddot{a}_A = \frac{5\sqrt{2}}{2} \dddot{i} - \frac{5\sqrt{2}}{2} \dddot{j} \]

\[ \ddot{a}_{B/A} = \ddot{\alpha}_{AB} \wedge \overrightarrow{A B} + \ddot{\omega}_{AB} \wedge \dot{V}_{B/A}, \quad \ddot{\alpha}_{AB} = \alpha_{AB} \dddot{k}, \quad \ddot{\omega}_{AB} = 1,25 \dddot{k}, \quad \overrightarrow{A B} = 0,4\sqrt{2} \dddot{i} + 0,4\sqrt{2} \dddot{j} \]

\[ \dot{V}_{B/A} = \dot{V}_B - \dot{V}_A, \quad \dot{V}_B = \sqrt{2} \dddot{i}, \quad \dot{V}_{B/A} = \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{j} \]

\[ \ddot{a}_{B/A} = -0,4\sqrt{2} \alpha_{AB} \dddot{i} + 0,4\sqrt{2} \alpha_{AB} \dddot{j} + 1,25 \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{i} + 1,25 \frac{\sqrt{2}}{2} \dddot{j} \]

\[ \dddot{a}_{B/A} = (0,625 \sqrt{2} - 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB}) \dddot{i} + (0,625 \sqrt{2} + 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB}) \dddot{j}, \quad \dddot{a}_B = a_B \dddot{i} \]

\[ a_B \dddot{i} = (3,125 \sqrt{2} - 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB}) \dddot{i} + (-1,875 \sqrt{2} + 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB}) \dddot{j} \quad \Rightarrow \]

\[ 3,125 \sqrt{2} - 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB} = a_B \quad \Rightarrow \quad a_B = 1,125 \sqrt{2}, \quad a_B = 1,77 \text{ m/s}^2, \quad \alpha_{AB} = 4,69 \text{ rad/s}^2 \]

\[ -1,875 \sqrt{2} + 0,4 \sqrt{2} \alpha_{AB} = 0 \]
Soru 1) Şekilde görülen rulmanda iç bileziğin dış çapı 6 cm. bilyaların çapları 1 cm dir. İç bilezik $n_i = 600 \text{ devir/dakika}$ dönüş hızı ile dönerken dış bilezik sabittir. Bu durumda

a) Bilyaların kendi etrafındaki dönüş hızlarını $n_b =$ ? (devir/dakika)

b) Bilyaların merkezlerinin hızlarının şiddetini $V_b =$ ? (cm/s)

c) Bir bilyanın rulmanın çevresini dönüş hızını $n_{B/O} =$ ? (devir/dakika) bulunuz.

( Bilyaların iç ve dış bilezikle temas noktalarında kayma olmadığını kabul ediniz. )

Çözüm:

Bilyanın iç bileziğe temas noktası olan I da kayma olmadığı için hızlar birbirine eşittir. $V_i = \frac{6}{2} \omega_i$ ayrıca bilyanın hareketsiz olan dış bileziğe temas noktası olan C nin hızı sıfırdır.

olduğundan $V_i = C\ell \ast \omega_b$ yazılabilir. $\omega_i = \frac{2\pi n_i}{60}$, $\omega_i = \frac{2\pi 600}{60}$, $\omega_i = 20\pi \text{ rad/s}$

$b) V_B = BC \ast \omega_b$ , $V_B = 0.5 \ast 60\pi$ , $V_B = 30\pi \text{ cm/s}$ , $V_B = 94.25 \text{ cm/s}$

c) $V_B = OB \ast \omega_{B/O}$ $\Rightarrow \omega_{B/O} = \frac{V_B}{3.5}$, $\omega_{B/O} = \frac{30\pi}{3.5}$, $\omega_{B/O} = \frac{60}{7} \pi \text{ rad/s}$

$n_{B/O} = \frac{60}{2\pi} \omega_{B/O}$, $n_{B/O} = \frac{60}{2\pi} \ast \frac{60}{7} \pi$, $n_{B/O} = \frac{1800}{7} \text{ dev/dakika}$, $n_{B/O} = 257.1 \text{ dev/dakika}$
SORU 2 ) Şekildeki gibi bükümüş ABCD cismi mafsal noktaları olan A ve D den eksen etrafında \( \omega = 2,5 \text{ rad/s (sabit)} \) açısal hızı dönüyor. Aynı anda bir P bileği cismin AB uzantısı üzerinde \( s = 10 + 8 \sin(\frac{\pi}{6} t) \) bağntısı ile hareket ediyor. \( t = 1 \) de sistemin verilen konumdan geçtiği ve C noktasının hızının yukarı doğru olduğu bilindiğine göre P bileğiinin hızını ve ivmesini bulunuz.

Çözüm:

\[
\vec{V}_p = \vec{V}_{bag} + \vec{V}_{sür} , \quad \vec{V}_{bag} = \frac{ds}{dt} \vec{i} , \quad \vec{V}_{sür} = \vec{\omega} \times \vec{AP} \\
\vec{\omega} = \omega \vec{U}_{DA} , \quad \vec{U}_{DA} = \frac{DA}{|DA|} , \quad \vec{U}_{DA} = \frac{-20\vec{i} + 12\vec{j} + 9\vec{k}}{\sqrt{20^2 + 12^2 + 9^2}} , \quad \vec{U}_{DA} = \frac{-20}{25}\vec{i} + \frac{12}{25}\vec{j} + \frac{9}{25}\vec{k} \\
\vec{\omega} = -2\vec{i} + 1,2\vec{j} + 0,9\vec{k} , \quad \vec{AP} = 14\vec{i} , \quad \vec{V}_{sür} = 12,6\vec{j} - 16,8\vec{k} \\
\frac{ds}{dt} = \frac{8\pi}{6} \cos\frac{\pi}{6} t , \quad t = 1 \ \text{de} \ \frac{ds}{dt} = 3,63 \text{ cm/s} , \quad \vec{V}_{bag} = 3,63\vec{i} \\
\vec{V}_p = 3,63\vec{i} + 12,6\vec{j} - 16,8\vec{k} \\
\vec{a}_p = \vec{a}_{bag} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} , \quad \vec{a}_{bag} = \frac{d^2s}{dt^2} \vec{i} , \quad \vec{a}_{sür} = \alpha \vec{k} \times \vec{AP} + \omega \vec{k} \times \vec{V}_{sür} , \quad \vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_{bag} \\
\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{8\pi}{36} \sin\frac{\pi}{6} t , \quad t = 1 \ \text{de} \ \frac{d^2s}{dt^2} = -1,1 \text{ cm/s}^2 , \quad \vec{a}_{bag} = -1,1\vec{i} \\
\vec{a} = 0 \ (\omega \ \text{sabit olduğundan}) , \quad \vec{a}_{sür} = (-2\vec{i} + 1,2\vec{j} + 0,9\vec{k}) \times (12,6\vec{j} - 16,8\vec{k}) \\
\vec{a}_{sür} = -31,5\vec{i} - 33,6\vec{j} - 25,2\vec{k} \\
\vec{a}_{cor} = (-4\vec{i} + 2,4\vec{j} + 1,8\vec{k}) \times 3,63\vec{i} , \quad \vec{a}_{cor} = 6,534\vec{j} - 8,712\vec{k} \\
\vec{a}_p = -32,6\vec{i} - 27,07\vec{j} - 33,91\vec{k}
**SORU 3**) Ağrılığı \( W_C \) olan bir C bileziği boyu \( L \) ve ağrılığı \( W \) olan üniform ve ince bir AB çubuğuna rüjid olarak bağlanmıştır. Çubuk şekilde görülen hareketsiz durumdan serbest hale geçirecek olursa A daki tepkinin \( W_C \) den bağımsız olabilmesi için \( \frac{d}{L} \) oranı ne olmalıdır?

![Diagram](image)

**Çözüm:**

\[
\sum F_y = ma_y \Rightarrow W_C - F = ma_p
\]

\[
m_C g - ma_p = F
\]

Eğer \( a_p = g \) olursa \( F = 0 \) olur ve A mafsalma \( W_C \) den dolayı ek yük gelmez.

\[
\sum M_A = I_A \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\sum M_A}{I_A}, \quad \sum M_A = W \frac{L - 2}{2}, \quad I_A = \frac{1}{3} mL^2
\]

\[
\alpha = \frac{mg}{2L}, \quad \frac{3g}{2L}, \quad a_p = \alpha * d, \quad a_p = \frac{3g}{2L} * d = g \Rightarrow \frac{d}{L} = \frac{2}{3}
\]
SORU 1) ABCD Üçgen plakası xoy düzleminde hareket ediyor. Şekilde gösterildiği anda B ve C noktalarının hızları verildiği gibi ise
a) Plakanın açısal hızını
b) A ve D noktalarının hızlarını bulunuz.

Çözüm :

a) \( \vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC} \)
\( \vec{V}_B = -5\hat{i}, \quad \vec{V}_C = 5\hat{i} + V_{C_y}\hat{j}, \quad \vec{V}_{BC} = \omega \hat{k} \times \overrightarrow{CB}, \quad \overrightarrow{CB} = -5\hat{i} + 5\hat{j} \)
\( \vec{V}_{BC} = -5\omega\hat{i} - 5\omega\hat{j}, \quad \vec{V}_B = -5\hat{i} + (5 - 5\omega)\hat{i} + (V_{C_y} - 5\omega)\hat{j} \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s} \)

b) \( V_{C_y} = 10 \text{ m/s}, \quad \vec{V}_C = 5\hat{i} + 10\hat{j} \)
\( \vec{V}_A = \vec{V}_C + \vec{V}_{AC} \), \( \vec{V}_{AC} = \omega \times \overrightarrow{CA} \), \( \vec{V}_{AC} = 2\hat{k} \times -5\hat{i}, \quad \vec{V}_{AC} = -10\hat{j} \)
\( \vec{V}_A = 5\hat{i} \)
\( \vec{V}_D = \vec{V}_A + \vec{V}_{DA} \), \( \vec{V}_{DA} = \omega \times \overrightarrow{AD} \), \( \vec{V}_{DA} = 2\hat{k} \times -5\hat{j}, \quad \vec{V}_{DA} = 10\hat{i} \)
\( \vec{V}_D = 15\hat{i} \)
SORU 2 ) O Pimi etrafında dönen OC çubuğu içindeki kanalda AB çubuğuna sabitlenmiş P pimi hareket etmektedir. AB çubuğunun B noktası düşey doğrultu üzerinde A noktası ise yatay doğrultuda sağa doğru \( V_A = 0,6 \text{ m/s} \) hız ve ters yönde \( a_A = 7,5 \text{ m/s}^2 \) ivmesi ile hareket ettiği göre OC çubuğunun a) açısal hızı b) açısal ivmesini bulunuz.

Çözüm :

a) \( \ddot{V}_P = \ddot{V}_{bağı} + \ddot{V}_{sür} \), \( \ddot{V}_{bağı} = V_{bağı} \ddot{j} \), \( \ddot{V}_{sür} = \omega_{OC} \ddot{k} \wedge \overline{OP} \), \( \overline{OP} = \overline{OP} j \), \( \overline{OP} = 0,6 \text{ } \overline{0,9} \text{ } \overline{0,9} \Rightarrow \)
\[ \overline{OP} = 0,6 \text{ } \text{m} \text{ } \overline{0,6} \text{ } \overline{0,6} \text{ } \overline{j}, \quad \ddot{V}_{sür} = \omega_{OC} \ddot{k} \wedge 0,6 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{bağı} = -0,6 \omega_{OC} \ddot{i} + V_{bağı} \ddot{j}, \quad \ddot{V}_P = \ddot{V}_A + \ddot{V}_{P/A}, \quad \ddot{V}_A = 0,6 \ddot{i}, \quad \ddot{V}_{B/A} = \omega_{AB} \ddot{k} \wedge \overline{AB}, \quad \overline{AB} = 0,9 \ddot{i} + 0,9 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{P/A} = -0,9 \omega_{AB} \ddot{i} + 0,9 \omega_{AB} \ddot{j}, \]
\[ \ddot{V}_B = V_B \ddot{j} = (0,6 - 0,9 \omega_{AB}) \ddot{i} + 0,9 \omega_{AB} \ddot{j} \Rightarrow \]
\[ \ddot{V}_{P/A} = \omega_{AB} \ddot{k} \wedge \overline{AP}, \quad \overline{AB} = 0,6 \ddot{i} + 0,9 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{P/A} = \frac{2}{3} \ddot{k} \wedge (0,6 \ddot{i} + 0,9 \ddot{j}), \]
\[ \ddot{V}_{bağı} = 0,4 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{sür} = 0,2 \ddot{i}, \quad \ddot{V}_{B/A} = -0,6 \ddot{i} + 0,6 \ddot{j} \]

b) \( \ddot{a}_P = \ddot{a}_{bağı} + \ddot{a}_{sür} + \ddot{a}_{cor.} \), \( \ddot{a}_{bağı} = a_{bağı} \ddot{j} \), \( \ddot{a}_{sür} = \alpha_{OC} \ddot{k} \wedge \overline{OP} + \omega_{OC} \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{sür} \)
\[ \ddot{a}_{cor.} = 2 \omega_{OC} \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{bağı}, \quad \ddot{a}_{sür} = \alpha_{OC} \ddot{k} \wedge 0,6 \ddot{j} - \frac{1}{3} \ddot{k} \wedge 0,2 \ddot{i}, \quad \ddot{a}_{sür} = -0,6 \alpha_{OC} \ddot{i} - \frac{0,2}{3} \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_{cor.} = -\frac{2}{3} \ddot{k} \wedge 0,4 \ddot{j}, \quad \ddot{a}_{cor} = \frac{0,8}{3} \ddot{i}, \quad \ddot{a}_p = \left( \frac{0,8}{3} - 0,6 \alpha_{OC} \right) \ddot{i} + \left( a_{bağı} - \frac{0,2}{3} \right) \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_b = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{B/A}, \quad \ddot{a}_A = -7,5 \ddot{i}, \quad \ddot{a}_{B/A} = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge \overline{AB} + \omega_{AB} \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{B/A} \]
\[ \ddot{a}_{B/A} = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge (0,9 \ddot{i} + 0,9 \ddot{j}) + \frac{2}{3} \ddot{k} \wedge (-0,6 \ddot{i} + 0,6 \ddot{j}), \quad \ddot{a}_{B/A} = (-0,4 - 0,9 \alpha_{AB}) \ddot{i} + (-0,4 + 0,9 \alpha_{AB}) \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_b = a_{B/A} \ddot{j} = (-7,9 - 0,9 \alpha_{AB}) \ddot{i} + (-0,4 + 0,9 \alpha_{AB}) \ddot{j} \Rightarrow \alpha_{AB} = -79/9 \text{ rad/s}^2, \quad a_{B/A} = -8,3 \text{ m/s}^2 \]
\[ \ddot{a}_p = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{P/A}, \quad \ddot{a}_{P/A} = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge \overline{AP} + \omega_{AB} \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{P/A} \]
\[ \ddot{a}_{P/A} = \frac{-79}{9} \ddot{k} \wedge (0,6 \ddot{i} + 0,6 \ddot{j}) + \frac{2}{3} \ddot{k} \wedge (-0,4 \ddot{i} + 0,4 \ddot{j}), \quad \ddot{a}_{P/A} = 5 \ddot{i} - \frac{83}{15} \ddot{j} \]
\[ \ddot{a}_p = -2,5 \ddot{i} - \frac{83}{15} \ddot{j} = \left( \frac{0,8}{3} - 0,6 \alpha_{OC} \right) \ddot{i} + \left( a_{bağı} - \frac{0,2}{3} \right) \ddot{j} \Rightarrow \alpha_{OC} = \frac{83}{18} = 4,611 \text{ rad/s}^2 \]
SORU 3 ) Şekildeki \( L = 1,2 \) metre uzunluğunda ve \( m = 2,5 \) kg kütleli homojen AB çubuğunun A ucu \( \theta = 30^\circ \) açılı bir eğik düzlem üzerinde hareket etmektedir. Çubuk düşey durumda ilk hızsiz harekete birakıldığına göre bu anda a) çubuğun açısal ivmesini b) A noktasının ivmesini c) A daki tepki kuvvetini bulunuz.

Çözüm :

\[
\sum F_x = ma_{gx} \quad \Rightarrow \quad R_A \sin \theta = m a_{gx} \\
\sum F_y = ma_{gy} \quad \Rightarrow \quad mg - R_A \cos \theta = m a_{gy}
\]

\[
\sum M_G = I_g \alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{2} R_A \sin \theta = I_g \alpha , \quad I_g = \frac{1}{12} m L^2 , \quad \frac{L}{2} R_A \sin \theta = \frac{1}{12} m L^2 \alpha
\]

\[
6 R_A \sin \theta = mL \alpha
\]

\[
\ddot{a}_c = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{G/A} , \quad \ddot{a}_A = a_A \cos \theta \hat{i} + a_A \sin \theta \hat{j} , \quad \ddot{a}_{G/A} = \alpha \dddot{k} \wedge \overrightarrow{AG} + \omega \ddot{k} \wedge \ddot{V}_{G/A} \]

\[
\omega = 0 \quad \text{olduğundan} \quad \ddot{a}_{G/A} = \alpha \ddot{k} \wedge \frac{L}{2} \dddot{j} , \quad \ddot{a}_{G/A} = -\frac{L}{2} \alpha \hat{i} ,
\]

\[
\ddot{a}_c = (a_A \cos \theta - \frac{L}{2} \alpha ) \hat{i} + a_A \sin \theta \hat{j}
\]

\[
R_A \sin \theta = m(a_A \cos \theta - \frac{L}{2} \alpha )
\]

\[
m g - R_A \cos \theta = m a_A \sin \theta
\]

\[
6 R_A \sin \theta = mL \alpha
\]

\[
R_A \cos \theta = m(g - \frac{2}{3} L \alpha \tan \theta)
\]

\[
\tan \theta = \frac{m L \alpha}{6m(g - \frac{2}{3} L \alpha \tan \theta)}
\]

\[
\varphi = 12,137 \text{ rad/s}^2 \\
\alpha = 11,21 \text{ m/s}^2 \\
R_A = 12,137 \text{ N}
\]

\[
\frac{L}{2} \alpha = \frac{m L \alpha}{3} \cos \theta
\]

\[
\frac{L}{2} \alpha = \frac{6 g \tan \theta}{(1 + 4 \tan^2 \theta) L}
\]
SORU 1) Bir A maddesel noksasının hareketi $\rho$ yarıçaplı bir silindir üzerindeki helis eğrisinde $\theta = ct^2$ ve $z = \frac{cht^2}{2\pi}$ (burada $c$ sabit, $h$ ise helisin adıdır.) bağıntısı ile veriliyor. Hız ve ivmenin şiddetine ait bağıntıları verilenler cinsinden bulunuz.

$$\vec{V} = \rho \vec{e}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{k}, \quad \vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \vec{e}_\rho + (\rho \ddot{\theta} + 2\dot{\rho} \dot{\theta}) \vec{e}_\theta + \ddot{z} \vec{k}$$

Çözüm:

$$\dot{\rho} = \text{sabit}, \quad \rho = 0, \quad \dot{\rho} = 0$$

$$\theta = ct^2, \quad \dot{\theta} = 2ct, \quad \ddot{\theta} = 2c$$

$$z = \frac{cht^2}{2\pi}, \quad \dot{z} = \frac{cht}{\pi}, \quad \ddot{z} = \frac{ch}{\pi}$$

$$\vec{V} = 2\rho c t \vec{e}_\theta + \frac{cht}{\pi} \vec{k}, \quad |\vec{V}| = \sqrt{(2\rho c t)^2 + \left(\frac{cht}{\pi}\right)^2}, \quad |\vec{V}| = \sqrt{4\rho^2 c^2 t^2 + \frac{c^2 h^2 t^2}{\pi^2}}$$

$$|\vec{V}| = \frac{ct}{\pi} \sqrt{4\pi^2 \rho^2 + h^2}$$

$$\ddot{\rho} = -4\rho c^2 t^2 \ddot{\rho} + 2\rho c \ddot{e}_\theta + \frac{ch}{\pi} \ddot{k}, \quad \ddot{a} = \sqrt{(-4\rho c^2 t^2)^2 + (2\rho c)^2 + \left(\frac{ch}{\pi}\right)^2}$$
SORU 2 ) Bir A kamyonu 54 km/saat sabit hız ile ve bir B otomobili 90 km/saat sabit hız ile şekilde gösterilen yollarda gitmektedir. Kamyon geçidin altından geçtiğinden beş saniye sonra B otomobili geçtiğin üstünden geçiyor.
a) B otomobilinin A kamyonuna göre başlangıç hızı 
b) Sekiz saniyelik sürede B otomobilin A kamyonuna göre konumındaki değişim 
c) Kamyon geçtiğin altından geçtiğinden sekiz saniye sonra kamyon ile otomobil arasındaki uzaklığı bulunuz.

 genetically generated image of the text:

\[ 0.1133 \text{ km} \quad \left| \vec{r}_{B/A} \right| = 113,3 \text{ m} \]

\[ 0.1288 \hat{i} + 0.1 \hat{j} \quad \left| \vec{r}_{B/A} \right| = 0.1626 \text{ km} \quad \left| \vec{r}_{B/A} \right| = 162,6 \text{ m} \]
SORU 3 ) 2 cm Yarıçaplı bir disk 2 paralel plaka arasında kaymadan yuvarlanma hareketi yapıyor. Plakaların hareketleri birbirinin aksi yöündedir. Bir t anında plakaların hız ve ivmeleri şekilde verildiğine göre bu an için diskin
a) açısal hızını  b) açısal ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a)  
\[ \dot{V}_{B/A} = \dot{V}_B - \dot{V}_A, \quad \dot{V}_B = -6 \dot{i}, \quad \dot{V}_A = 2 \dot{i}, \quad \dot{V}_{B/A} = -8 \dot{i} \]
\[ \ddot{V}_{B/A} = \ddot{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}, \quad \ddot{\omega} = \omega \ddot{k}, \quad \dddot{AB} = 4 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{B/A} = \omega \dddot{k} \wedge 4 \ddot{j}, \quad \ddot{V}_{B/A} = -4\omega \ddot{i} \]
\[ \dddot{V}_{B/A} = -8 \ddot{i} = -4\omega \ddot{i} \quad \Rightarrow \quad -8 = -4\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = 2 \text{ rad/s} \]

b)  
\[ \dddot{a}_{B/A} = \dddot{a}_B - \dddot{a}_A \]
\[ (\dddot{a}_{B/A})_T = (\dddot{a}_B)_T - (\dddot{a}_A)_T \]
\[ (\dddot{a}_B)_T = -2,5 \ddot{i}, \quad (\dddot{a}_A)_T = 0,5 \ddot{i}, \quad (\dddot{a}_{B/A})_T = -3 \ddot{i} \]
\[ (\dddot{a}_{B/A})_T = \dddot{\alpha} \wedge \overrightarrow{AB}, \quad \dddot{\alpha} = \alpha \dddot{k}, \quad (\dddot{a}_{B/A})_T = \alpha \dddot{k} \wedge 4 \ddot{j}, \quad (\dddot{a}_{B/A})_T = -4\alpha \ddot{i} \]
\[ (\dddot{a}_{B/A})_T = -3 \ddot{i} = -4\alpha \ddot{i} \quad \Rightarrow \quad -3 = -4\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{3}{4}, \quad \alpha = 0,75 \text{ rad/s}^2 \]
SORU 1) A üç naktasi yatay doğrultuda hareket eden 0,9 metre uzunlugundaki bir AB çubugunun B ucu R = 0,25 metre yuvralarna yarapi olan bir diske mafsallidir. Diskin kule merkezi saa doğru V_G = 1,5 m/s (sabit) hız ile hareket ediyor. β = 30° için A noktasının a) hızını  b) ivmesini bulunuz.

\[
\begin{align*}
V_A &= V_B + \vec{V}_{A/B}, \quad V_B = V_G + \vec{V}_{B/G}, \quad V_G = 1,5 \cdot \hat{i} \\
\vec{V}_{B/G} &= -\omega_G \cdot \vec{k} \wedge \overline{GB} \\
\overline{GB} &= 0,25 \left( \sin 30^\circ \cdot \hat{i} + \cos 30^\circ \cdot \hat{j} \right), \quad \overline{GB} = 0,125 \cdot \hat{i} + 0,125 \sqrt{3} \cdot \hat{j} \\
V_G &= 0,25 \omega_G \quad \Rightarrow \quad \omega_G = 6 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{B/G} = -6 \cdot \hat{k} \wedge (0,125 \cdot \hat{i} + 0,125 \sqrt{3} \cdot \hat{j}) \\
V_{B/G} &= 0,75 \sqrt{3} \cdot \hat{j} - 0,75 \cdot \hat{j}, \quad V_B = (1,5 + 0,75 \sqrt{3}) \cdot \hat{i} - 0,75 \cdot \hat{j} \\
\vec{V}_{A/B} &= \omega_{AB} \cdot \vec{k} \wedge \overline{BA} \quad \Rightarrow \quad \overline{BA} = x_{A/B} \cdot \hat{i} + y_{A/B} \cdot \hat{j}, \quad y_{A/B} = -0,25 + 0,25 \times \cos 30^\circ \\
y_{A/B} &= -0,4665 \text{ m}, \quad x_{A/B} = -\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 - y_{A/B}^2}, \quad x_{A/B} = -\sqrt{(0,9)^2 - (0,4665)^2} = -0,7697 \text{ m} \\
\overline{BA} &= -0,7697 \cdot \hat{i} - 0,4665 \cdot \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{A/B} = 0,4665 \omega_{AB} \cdot \hat{i} - 0,7697 \omega_{AB} \cdot \hat{j} \\
1,5 + 0,75 \sqrt{3} + 0,4665 \omega_{AB} &= V_A \quad \Rightarrow \quad \omega_{AB} = -0,9745 \text{ rad/s} \\
-0,75 - 0,7697 \omega_{AB} &= 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 2,3444 \text{ m/s} \\
\end{align*}
\]

b) 
\[
\begin{align*}
\vec{a}_A &= \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}, \quad \vec{a}_B = \vec{a}_G + \vec{a}_{B/G}, \quad \vec{a}_G = \overrightarrow{0} \quad (G \ \text{nın hızı sabit olduğundan}) \\
\vec{a}_{B/G} &= \alpha_{G} \cdot \vec{k} \wedge \overline{GB} - \omega_{G} \cdot \vec{k} \wedge \overline{V}_{B/G}, \quad \alpha_{G} = 0 \quad (\omega_{G} \ \text{sabit olduğundan}) \\
\vec{a}_{B/G} &= -6 \cdot \hat{k} \wedge (0,75 \sqrt{3} \cdot \hat{i} - 0,75 \cdot \hat{j}) \quad \Rightarrow \quad \alpha_{B/G} = -4,5 \cdot \hat{i} - 4,5 \sqrt{3} \cdot \hat{j} \\
\vec{a}_{A/B} &= \alpha_{AB} \cdot \vec{k} \wedge \overline{BA} + \omega_{AB} \cdot \vec{k} \wedge \overline{V}_{A/B}, \quad \vec{V}_{A/B} = 0,4665 \cdot \left(-0,9745\right) \cdot \hat{i} - 0,7697 \cdot \left(-0,9745\right) \cdot \hat{j} \\
\vec{V}_{A/B} &= -0,4546 \cdot \hat{i} + 0,75 \cdot \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{A/B} = -0,4546 \cdot \hat{i} - 0,4546 \cdot \hat{j} \\
\vec{a}_{A/B} &= \alpha_{AB} \cdot \vec{k} \wedge (-0,7697 \cdot \hat{i} - 0,4665 \cdot \hat{j}) - 0,9745 \cdot \vec{k} \wedge (-0,4546 \cdot \hat{i} + 0,75 \cdot \hat{j}) \\
\vec{a}_{A/B} &= (0,4665 \alpha_{AB} + 0,731) \cdot \hat{i} + (-0,77 \alpha_{AB} + 0,443) \cdot \hat{j} \\
\vec{a}_A &= \alpha_A \cdot \hat{i} = (0,4665 \alpha_{AB} + 0,731 - 4,5) \cdot \hat{i} + (-0,77 \alpha_{AB} + 0,443 - 4,5 \sqrt{3}) \cdot \hat{j} \\
0,4665 \alpha_{AB} + 0,731 - 4,5 &= a_A \quad \Rightarrow \quad \alpha_{AB} = -9,54 \text{ rad/s}^2 \\
-0,77 \alpha_{AB} + 0,443 - 4,5 \sqrt{3} &= 0 \quad \Rightarrow \quad a_A = -8,22 \text{ m/s}^2
\end{align*}
\]
**SORU 2**) Doğrusal hava kanallı bir kompresör $\omega = 4\pi \text{ rad/s}$ (sabit) açısal hızı ile $z$ eksemi doğrultusundaki $O$ aksı etrafında şekilde gösterilen yönde dönmediktir. Aynı anda kompresörün üzerindeki doğrusal kanallarda hava tanecikleri $V_{\text{bağ}} = 2 \text{ m/s}$ (sabit) bağlı hız ile hareket etmektedir. Şekilde gösterilen konum için ($P$, $y$ eksenleri üzerinde ve $\overline{OP} = 0.5 \text{ metre}$) $P$ de bulunan hava taneciklerinin a) hızını b) ivmesini bulunuz.

![Diagram](image)

**Çözüm:**

a) $\ddot{V}_p = \ddot{V}_{\text{bağ}} + \ddot{V}_{\text{sür}}.$

$\ddot{V}_{\text{bağ}} = V_{\text{bağ}} \cos 45^\circ \hat{i} + V_{\text{bağ}} \sin 45^\circ \hat{j}$ , $\ddot{V}_{\text{bağ}} = \sqrt{2} \hat{i} + \sqrt{2} \hat{j}$

$\ddot{V}_{\text{sür}} = -\omega \vec{k} \times \overline{OP}$ , $\overline{OP} = 0.5 \hat{j}$ , $\ddot{V}_{\text{sür}} = -4\pi \vec{k} \times 0.5 \hat{j}$ , $\ddot{V}_{\text{sür}} = 2\pi \hat{i}$

$\ddot{V}_p = (\sqrt{2} + 2\pi) \hat{i} + \sqrt{2} \hat{j}$ , $\ddot{V}_p = 7,7 \hat{i} + 1,414 \hat{j}$ , $|\dddot{V}_p| = 7,83 \text{ m/s}$

b) $\dddot{a}_p = \dddot{a}_{\text{bağ}} + \dddot{a}_{\text{sür}} + \dddot{a}_{\text{cor}}.$

$\dddot{a}_{\text{bağ}} = 0$ ( $V_{\text{bağ}} = \text{sabit}$ olduğundan )

$\dddot{a}_{\text{sür}} = \alpha \vec{k} \times \overline{OP} - \omega \vec{k} \times \dot{V}_{\text{sür}}$ , $\alpha = 0$ ( $\omega = \text{sabit}$ olduğundan )

$\dddot{a}_{\text{sür}} = -4\pi \vec{k} \times 2\pi \hat{i}$ , $\dddot{a}_{\text{sür}} = -8\pi^2 \hat{j}$

$\dddot{a}_{\text{cor}} = 2\omega \times \dddot{V}_{\text{bağ}}$ , $\dddot{a}_{\text{cor}} = -2\omega \vec{k} \times \ddot{V}_{\text{bağ}}$ , $\dddot{a}_{\text{cor}} = -8\pi \vec{k} \times (\sqrt{2} \hat{i} + \sqrt{2} \hat{j})$

$\dddot{a}_{\text{cor}} = 8\pi \sqrt{2} \hat{i} - 8\pi \sqrt{2} \hat{j}$

$\dddot{a}_p = 8\pi \sqrt{2} \hat{i} - 8\pi(\pi + \sqrt{2}) \hat{j}$ , $\dddot{a}_p = 35,54 \hat{i} - 114,5 \hat{j}$ , $|\dddot{a}_p| = 119,9 \text{ m/s}^2$
SORU 3: 200 Newton ağırlıktaki doğruşal hareket edebilen bir A vagonuna bağlı A da mafsallı 200 Newton ağırlığı ve 152 cm uzunluğundaki bir AB çubuğu $\theta = 30^\circ$ ikten ilk hız harekete bırakıyor. Bu anda sürtünmeleri ihmal ederek, a) AB çubuğunun açısal ivmesini b) A vagonunun ivmesini bulunuz.

Çözüm:

a)

$$\sum F_x = m_a a_x \Rightarrow R_{Ax} = m_a a_A \Rightarrow a_A = R_{Ax} / m_A$$

$$\sum F_y = m_a g - R_{Ay} \Rightarrow a_y = \frac{R_{Ay}}{m_A}$$

$$\sum M_A = I_G \alpha, \; \sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\sum M_A = R_{Ax} \frac{L}{2} \cos 30^\circ - R_{Ay} \frac{L}{2} \sin 30^\circ$$

$$I_G = \frac{1}{12} m_c L^2$$

$$R_{Ax} \frac{L}{2} \cos 30^\circ - R_{Ay} \frac{L}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{12} m_c L^2 \alpha$$

$$\sqrt{3} R_{Ax} - R_{Ay} = \frac{1}{3} m_c L \alpha \Rightarrow R_{Ay} = \sqrt{3} R_{Ax} - \frac{1}{3} m_c L \alpha$$

$$\sum F_x = m_c a_{Gx} \Rightarrow -R_{Ax} = m_c a_{Gx}$$

$$\sum F_y = m_c a_{Gy} \Rightarrow R_{Ay} + m_c g = m_c a_{Gy}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}, \; \vec{a}_A = a_i \hat{i}, \; \vec{a}_{G/A} = a_i \vec{AG} + \vec{\omega} \times \vec{\Omega}_{G/A}, \; \vec{\omega} = \vec{0} \; \; (\text{sistem ilk hız old.})$$

$$\vec{a}_{G/A} = -\alpha \hat{k} \wedge \vec{AG}, \; \vec{AG} = -\frac{L}{2} \sin 30^\circ \hat{i} + \frac{L}{2} \cos 30^\circ \hat{j}, \; \vec{a}_{G/A} = \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha \hat{i} + \frac{1}{4} L \alpha \hat{j}$$

$$\vec{a}_G = (a_i + \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha) \hat{i} + \frac{1}{4} L \alpha \hat{j} \Rightarrow a_{Gx} = a_i + \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha, \; a_{Gy} = \frac{1}{4} L \alpha$$

$$-R_{Ax} = m_c (a_i + \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha), \; R_{Ay} + m_c g = m_c \frac{1}{4} L \alpha \Rightarrow \sqrt{3} R_{Ax} - \frac{1}{3} m_c L \alpha + m_c g = m_c \frac{1}{4} L \alpha$$

$$R_{Ax} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{7}{12} m_c L \alpha - m_c g \right), \; R_{Ay} = m_c \left( \frac{R_{Ax}}{m_A} + \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha \right) \Rightarrow -R_{Ax} (1 + \frac{m_c}{m_A}) = m_c \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (m_c g - \frac{7}{12} m_c L \alpha) (1 + \frac{m_c}{m_A}) = m_c \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha \Rightarrow \frac{4}{3} (\frac{g}{L} - \frac{7}{12} \alpha) (1 + \frac{m_c}{m_A}) = \alpha$$

$$\frac{4}{3} (\frac{g}{L} - \frac{7}{12} \alpha) (1 + \frac{m_c}{m_A}) = \alpha$$
Soru 1) A, B ve C dişlileri merkezlerinden bir ABC çubuğuuna mafsalla bağlanmıştır. 
$r_A = 3r_B = 3r_C$ olduğu bilindiğine ve A dişlisi dönmediğine göre ABC çubuğu saat ibreleri yönünde $n_{ABC} = 10$ devir / dakika ile döndüğü takdirde B ve C dişlerinin açısal hızlarını devir / dakika cinsinden bulunuz.

Çözüm:

devir / dakika cinsinden bulunuz.

\[
\omega_{ABC} = \frac{2\pi}{60} n_{ABC} \quad , \quad \omega_{ABC} = \frac{2\pi}{60} 10 \quad , \quad \omega_{ABC} = \frac{\pi}{3} \text{ rad / s} \quad , \quad V_B = \overline{AB} \cdot \omega_{ABC}
\]

\[
V_B = (r_A + r_B) \omega_{ABC} \quad , \quad V_B = (3r_B + r_B) \frac{\pi}{3} \quad , \quad V_B = \frac{4\pi}{3} r_B \quad , \quad V_B = 0 \quad \text{olduğundan}
\]

\[
V_B = \frac{I_B}{I_B} B \cdot \omega_B \Rightarrow \omega_B = \frac{V_B}{I_B B} \quad , \quad \omega_B = \frac{4\pi}{3} \frac{r_B}{r_B} \quad , \quad \omega_B = \frac{4\pi}{3} \text{ rad / s} \quad , \quad n_B = \frac{60}{2\pi} \omega_B
\]

\[
n_B = \frac{60}{2\pi} \frac{4\pi}{3} \quad , \quad n_B = 40 \text{ devir / dakika}
\]

\[
V_{IC/C} = r_C \omega_C \quad , \quad V_C = V_{IC} + V_{C/C} \quad , \quad V_C = \overline{AC} \cdot \omega_{ABC} \quad , \quad V_C = (3r_A + 2r_B + r_C) \frac{\pi}{3}
\]

\[
V_C = 2\pi r_B \quad , \quad V_{IC} = \frac{I_C}{I_B C} \cdot \omega_B \quad , \quad V_{IC} = 2r_B \frac{4\pi}{3} \quad , \quad V_{IC} = \frac{8\pi}{3} r_B \quad , \quad V_{C/C} = -V_{IC/C} = -r_C \omega_C
\]

\[
V_C = 2\pi r_B = \frac{8\pi}{3} r_B - r_C \omega_C \Rightarrow \omega_C = \frac{2\pi}{3} \text{ rad / s} \quad , \quad n_C = \frac{60}{2\pi} \omega_C \quad , \quad n_C = \frac{60}{2\pi} 2\pi \quad /3
\]

\[
n_C = 20 \text{ devir / dakika}
\]
SORU 2 ) Çembersel hava kanallı bir kompresör \( \omega \) (sabit) açısal hız ile \( z \) ekseni doğrultusundaki \( O \) aksı etrafında şekilde gösterilen yönde dönmektedir. Aynı anda kompresörün üzerindeki doğrusal kanallarda hava tanecikleri \( \varphi \) sabit hız şiddeti ile hareket etmektedir. Şekilde gösterilen konum için \( (P, y \text{ ekseninde ve } \overline{OP} = r) \) \( P \) de bulunan hava taneciklerinin hızını ve ivmesini bulunuz. (Çembersel kanalın yarıçapı = \( \rho \))

\[\mathbf{V}_p = (r \omega + V_{bağı} \cos \phi) \mathbf{i} + V_{bağı} \sin \phi \mathbf{j}, \quad \mathbf{V}_sür = \omega \mathbf{k} \]

\[\mathbf{OP} = r \mathbf{j}, \quad \mathbf{V}_phi = -\omega \mathbf{k}, \quad \mathbf{V}_sür = -\omega \mathbf{k} \times r \mathbf{j}, \quad \mathbf{V}_sür = r \omega \mathbf{i}\]

\[\mathbf{V}_p = (r \omega + V_{bağı} \cos \phi) \mathbf{i} + V_{bağı} \sin \phi \mathbf{j}, \quad \mathbf{V}_p = (r \omega + 2 \cos \phi) \mathbf{i} + 2 \sin \phi \mathbf{j}\]

\[\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_{bağı} + \mathbf{a}_{sür} + \mathbf{a}_{cor}, \quad \mathbf{a}_{bağı} = -\frac{V_{bağı}^2}{\rho} \sin \phi \mathbf{i} + \frac{V_{bağı}^2}{\rho} \cos \phi \mathbf{j}\]

\[\mathbf{a}_{sür} = \alpha \mathbf{k} \mathbf{k} - \omega \mathbf{k} \times \mathbf{V}_sür - \mathbf{a}_{sür} = -r \omega^2 \mathbf{j}\]

\[\mathbf{a}_{cor} = -2 \omega \mathbf{k} \times \mathbf{V}_bağı, \quad \mathbf{a}_{cor} = -2 \omega \mathbf{k} \times (V_{bağı} \cos \phi \mathbf{i} + V_{bağı} \sin \phi \mathbf{j})\]

\[\mathbf{a}_{cor} = 2 \omega V_{bağı} \sin \phi \mathbf{i} - 2 \omega V_{bağı} \cos \phi \mathbf{j}\]

\[\mathbf{a}_p = (2 \omega V_{bağı} - \frac{V_{bağı}^2}{\rho}) \sin \phi \mathbf{i} - [r \omega^2 + (2 \omega V_{bağı} - \frac{V_{bağı}^2}{\rho}) \cos \phi] \mathbf{j}\]

\[\mathbf{a}_p = 4(\omega - \frac{1}{\rho}) \sin \phi \mathbf{i} - [r \omega^2 + 4(\omega - \frac{1}{\rho}) \cos \phi] \mathbf{j}\]
SORU 3) Uzunluğu 4 metre kütlesi 40 kg olan bir AB çubuğunun A ucu düşey doğrultuda B ucu yatay doğrultuda hareket edebilmektedir. Her iki doğrultuda da sürtünme katsayısı \( \mu_k = 0,2 \) dir. Çubuk \( \theta = 60^\circ \) de ilk hızz harekete bırakılıyor. Bu anda
a) Çubuğun açısal ivmesini b) A ve B mesnetlerindeki tepki kuvvetlerini hesaplayınız.

Çözüm:

\[ \overline{AB} = L \]
\[ \sum M_G = I_G \alpha \Rightarrow N_B \frac{L}{2} \cos \theta - f_B \frac{L}{2} \sin \theta - N_A \frac{L}{2} \sin \theta - f_A \frac{L}{2} \cos \theta = I_G \alpha \]
\[ f_A = 0,2N_A \ , \ f_B = 0,2N_B \ , \ I_G = \frac{1}{12} mL^2 \]
\[ N_B \frac{L}{4} - 0,2N_B \sqrt{3} \frac{L}{4} - N_A \sqrt{3} \frac{L}{4} - 0,2N_A \frac{L}{4} = \frac{1}{12} mL^2 \alpha \]
\[ N_B (1 - 0,2 \sqrt{3}) - N_A (0,2 + \sqrt{3}) = \frac{1}{3} mL \alpha \]
\[ \sum F_x = m a_{Gx} \Rightarrow N_A - f_B = m a_{Gx} \ , \ N_A - 0,2N_B = m a_{Gx} \]
\[ \sum F_y = m a_{Gy} \Rightarrow N_B + f_A - mg = m a_{Gy} \ , \ N_B + 0,2N_A - mg = m a_{Gy} \]
\[ \ddot{a}_G = \ddot{a}_B + \ddot{a}_{G/A} \ , \ \ddot{a}_B = \ddot{a}_A + \ddot{a}_{B/A} \ , \ \ddot{a}_A = \ddot{a}_B \hat{i} \ , \ \ddot{a}_A = \frac{I}{m} \hat{j} \]
\[ \ddot{a}_{B/A} = \alpha \vec{k} \wedge \overline{AB} + \omega \vec{k} \wedge \vec{V}_{B/A} \ , \ \omega = 0 \ ( \text{ilk hızz harekete bırakıldığından}) \]
\[ \overline{AB} = \frac{L}{2} \hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} L \hat{j} \ , \ \ddot{a}_{B/A} = \alpha \vec{k} \wedge \left( \frac{L}{2} \hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} L \hat{j} \right) , \ \ddot{a}_{B/A} = \frac{\sqrt{3}}{2} L \alpha \hat{i} + \frac{L}{2} \alpha \hat{j} \]
\[ \ddot{a}_b = a_b \ddot{i} = \dddot{a}_{b/A} = \frac{\sqrt{3}}{2} L \alpha \dddot{i} + \left( \frac{L}{2} \alpha + a_A \right) \dddot{j} \Rightarrow a_b = \frac{\sqrt{3}}{2} L \alpha \dot{i}, \quad \dddot{a}_b = \frac{\sqrt{3}}{2} L \alpha \dddot{i} \]

\[ \ddot{a}_{G/B} = \alpha \dddot{k} \wedge \overrightarrow{BG} + \omega \dddot{k} \wedge \dot{\overrightarrow{V}}_{G/B}, \quad \overrightarrow{BG} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BG} = -\frac{L}{4} \ddot{i} + \frac{\sqrt{3}}{4} L \ddot{j} \]

\[ \ddot{a}_{G/B} = \alpha \dddot{k} \wedge \left( -\frac{L}{4} \ddot{i} + \frac{\sqrt{3}}{4} L \ddot{j} \right), \quad \ddot{a}_{G/B} = -\frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha \ddot{i} - \frac{1}{4} L \alpha \ddot{j} \]

\[ \ddot{a}_G = \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha \ddot{i} - \frac{1}{4} L \alpha \ddot{j}, \quad N_A - 0,2 N_B = m \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha, \quad N_B + 0,2 N_A - mg = -m \frac{1}{4} L \alpha \]

\[-(0,2 + \sqrt{3}) N_A + (1 - 0,2 \sqrt{3}) N_B - \frac{1}{3} m L \alpha = 0 \quad \begin{align*}
N_A - 0,2 & N_B - m \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad N_A = 105,01 N \\
N_B + 0,2 & N_A + \frac{1}{4} m L \alpha = mg \quad N_B = 351,34 N
\end{align*} \]

\[ f_A = 21 N, \quad f_B = 70,3 N, \quad R_A = \sqrt{105,01^2 + 21^2}, \quad R_A = 107 N \]

\[ R_B = \sqrt{351,34^2 + 70,3^2}, \quad R_B = 358,3 N \]
SORU 1) \( t = 0 \) anında A(1;0;0) noktasından B(4;4;12) noktasına doğru \( V = 3 \text{ m/s} \) sabit hızı ile hareket eden bir maddesel noktasının 2 saniye sonraki yer vektörünü bulunuz.

\[ \vec{r} = \overrightarrow{OA} + s \vec{U}_{AB} \]

hız sabit olduğundan \( s = s_0 + Vt \) dir. Burada \( s_0 = 0 \) olduğuna göre \( t = 2 \) için \( s = 3 \times 2 \), \( s = 6 \text{ m} \) bulunur.

\[ \overrightarrow{OA} = \vec{i} \quad \vec{U}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \quad \vec{U}_{AB} = \frac{3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}} \quad \overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k} \]

\[ \vec{r} = \left(1 + \frac{18}{13}\right)\vec{i} + \frac{24}{13}\vec{j} + \frac{72}{13}\vec{k} \quad \vec{r} = 2,38\vec{i} + 1,85\vec{j} + 5,54\vec{k} \]
SORU 2) Şekildeki sistemde A, B ve C bloklarının hızları ve ivmeleri arasındaki bağıntıları bulunuz.

Çözüm:

\[ 2s_A + 2s_D = \text{sabit} \]
\[ (s_B - s_D) + s_B + s_C = \text{sabit} \]

Bu iki denklem arasında \( s_D \) yi yok etmek için 2 inci denklem 2 ile çarpıp taraf taraf toplanır.

\[ 2s_A + 2s_D = \text{sabit} \]
\[ + 2s_B - 2s_D + 2s_B + 2s_C = \text{sabit} \]
\[ 2s_A + 4s_B + 2s_C = \text{sabit} \]
\[ \text{veya} \quad s_A + 2s_B + s_C = \text{sabit} \]

Bu elde edilen denklemin her iki tarafının zamana göre 1 inci ve 2 inci mertebeden türevleri alınrsa hızlar ve ivmeler arasındaki

\[ V_A + 2V_B + V_C = 0 \quad \text{ve} \quad a_A + 2a_B + a_C = 0 \]

bağıntıları elde edilir.
SORU 3) Bir \( OAB \) dik üçgen levhası \( xy \) düzleminde bulunan ve \( x \) eksenile \( \theta = 60^\circ \) açı yapan \( \Delta \) ekseninin etrafında pozitif yönde dönüyor. Bir \( t \) anında üçgen levha \( xy \) düzleminde bulunan \( \Delta \) açısını \( \omega = 8 \text{ rad/s} \), \( \Delta \) açısının ivmesi \( \alpha = 4 \text{ rad/s}^2 \) olduğunu göre bu an için \( A \) noktasının hız ve ivme vektörlerini bulunuz.

![Diagram](image)

Çözüm:

\[
\begin{align*}
\vec{V}_A &= \vec{\omega} \wedge \vec{BA}, \quad \vec{\omega} = \omega \vec{U}_\Delta, \quad \vec{U}_\Delta = \cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j} \\
\vec{U}_\Delta &= \frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}, \quad \vec{\omega} = 4 \vec{i} + 4 \sqrt{3} \vec{j}, \quad \vec{BA} = 30(\vec{U}_\Delta \wedge \vec{k}) \quad \vec{BA} = 15 \sqrt{3} \vec{i} - 15 \vec{j} \\
\vec{V}_A &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 4 \sqrt{3} & 0 \\ 15 \sqrt{3} & -15 & 0 \end{vmatrix} = 4 \cdot (15) - 4 \cdot 15 \cdot 3 \vec{k}, \quad \vec{V}_A = -240 \vec{k} \\
\vec{a}_A &= \vec{\alpha} \wedge \vec{BA} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_A, \quad \vec{\alpha} = \alpha \vec{U}_\Delta, \quad \vec{\alpha} = 2 \vec{i} + 2 \sqrt{3} \vec{j} \\
\vec{a}_A &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 2 \sqrt{3} & 0 \\ 15 \sqrt{3} & -15 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 4 \sqrt{3} & 0 \\ 15 \sqrt{3} & -15 & 0 \end{vmatrix} = -4 \cdot 240 \sqrt{3} \vec{i} + 4 \cdot 240 \vec{j} + (-30 - 30 \cdot 3) \vec{k} \\
\vec{a}_A &= -960 \sqrt{3} \vec{i} + 960 \vec{j} - 120 \vec{k}, \quad \vec{a}_A = -1662.8 \vec{i} + 960 \vec{j} - 120 \vec{k}
\end{align*}
\]
Soru 1) Bir eğlence parkıında 9 metre yarıçapında bir silindir etrafında oluşturulmuş inşaatlı bir parkurda bir A vagonunun hareketi \( z = 7 + 3 \sin(\pi t /15) \) metre, \( \theta = \frac{\pi t}{60} \) radyan Denklemleri ile veriliyor. \( t = 21 \) de A vagonunun hızı ve ivmesinin bulunuz.

\[
\begin{align*}
\ddot{V} &= \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\theta} \hat{\theta} + \dot{z} \hat{k} \\
\ddot{a} &= (\ddot{\rho} - \rho \ddot{\theta}^2) \hat{\rho} + (\rho \ddot{\theta} + 2 \dot{\rho} \dot{\theta}) \hat{\theta} + \ddot{z} \hat{k}
\end{align*}
\]

Çözüm:

\[
\begin{align*}
\rho &= 0 \quad , \quad \dot{\rho} = 0 \quad , \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{60} \quad , \quad \ddot{\theta} = 0 \\
\ddot{z} &= \frac{\pi^2}{75} \cos(\pi t /15) \quad , \quad \ddot{z} = \frac{\pi^2}{75} \sin(\pi t /15)
\end{align*}
\]

\( t = 21 \) de \( \theta = \frac{21 \pi}{60}, \quad \theta = \frac{7 \pi}{20} \), \( z = 7 + 3 \sin(21 \pi /15) \), \( z = 4,147 \) m

\[
\begin{align*}
\ddot{z} &= \frac{\pi}{5} \cos(21 \pi /15) \quad , \quad \ddot{z} = -0,194 \text{ m/s} \quad , \quad \ddot{z} = 0,125 \text{ m/s}^2
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\ddot{V} &= 9 \frac{\pi}{60} \hat{\rho} - 0,194 \hat{k} \quad , \quad \ddot{V} = 0,471 \hat{\rho} - 0,194 \hat{k} \quad , \quad |\ddot{V}| = 0,509 \text{ m/s}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\ddot{a} &= -9 \frac{\pi^2}{60^2} \hat{\rho} + 0,125 \hat{k} \quad , \quad \ddot{a} = -0,0247 \hat{\rho} + 0,125 \hat{k} \quad , \quad |\ddot{a}| = 0,127 \text{ m/s}^2
\end{align*}
\]
SORU 2) A pimi etrafında 60 devir/dakika sabit açısal hız ile dönen bir AB koluna mafsallı B diskı, hareketsiz olan A diskı etrafında kaymadan yuvarlanmaktadır. B diskinin A diskine temas noktası olan C noktasının hızını ve ivmesini bulunuz.

Çözüm :

\[ \vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{C/B} \quad \vec{V}_B = \overrightarrow{AB} \omega_{AB} \hat{j} \quad \vec{V}_B = \overrightarrow{CB} \omega_B \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{CB} \omega_B = \overrightarrow{AB} \omega_{AB} \quad \Rightarrow \quad \omega_B = \frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CB}} \omega_{AB} \]

\[ \omega_B = 2 \omega_{AB} \quad \vec{V}_{C/B} = -\overrightarrow{CB} \omega_B \hat{j} = -\overrightarrow{AB} \omega_{AB} \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_C = 0 \]

\[ \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} \quad \vec{a}_B = -\overrightarrow{AB} \omega_{AB}^2 \hat{i} \quad \vec{a}_{C/B} = \overrightarrow{CB} \omega_B^2 \hat{i} \quad \vec{a}_{C/B} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2} (2 \omega_{AB})^2 \hat{i} \]

\[ \vec{a}_{C/B} = 2 \overrightarrow{AB} \omega_{AB}^2 \hat{i} \quad \vec{a}_C = \overrightarrow{AB} \omega_{AB}^2 \hat{i} \quad \omega_{AB} = \frac{60 \cdot 2 \pi}{60} \text{ rad/s} \quad \omega_{AB} = 2 \pi \text{ rad/s} \]

\[ \vec{a}_C = 150 \cdot 4 \pi^2 \hat{i} \quad \vec{a}_C = 600 \pi^2 \text{ mm/s}^2 \quad \vec{a}_C = 0,6 \pi^2 \text{ m/s}^2 \quad \vec{a}_C = 5,92 \hat{i} \text{ m/s}^2 \]
SORU 3) Şekildeki sistem A etrafında dönen AB çubuğu ile C etrafında dönen CD çubuğundan oluşmuştur. AB çubuğuna sabit olan P pimi CD çubuğundaki kanalda hareket edebilmektedir. Sistem şekilde gösterilen konumdan geçeren AB çubuğunun açısal hızı $\omega_{AB} = 5 \text{ rad/s}$ ve açısal ivmesi $\alpha = 1 \text{ rad/s}^2$ olduğuna göre bu an için CD çubuğunun açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz.

**Çözüm:**

\[
\begin{align*}
\vec{v}_p &= \vec{v}_{bağ} + \vec{v}_{sür} , \quad \vec{v}_{bağ} = V_{bağ} \hat{U}_{CD} , \quad \vec{v}_{bağ} = \frac{\sqrt{2}}{2} V_{bağ} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} V_{bağ} \hat{j} \\
\vec{v}_{sür} &= \omega_{CD} \vec{k} \wedge \overrightarrow{CP} , \quad \vec{v}_{sür} = \omega_{CD} \vec{k} \wedge (\sqrt{2} \hat{i} + \sqrt{2} \hat{j}) , \quad \vec{v}_{sür} = -\sqrt{2} \omega_{CD} \hat{i} + \sqrt{2} \omega_{CD} \hat{j} \\
\vec{v}_p &= \omega_{AB} \vec{k} \wedge \overrightarrow{AP} , \quad \vec{v}_p = -5 \vec{k} \wedge (\frac{3}{2} \hat{i} + \frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{j}) , \quad \vec{v}_p = \frac{15}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{15}{2} \hat{j} \\
\vec{V}_p &= (\frac{\sqrt{2}}{2} V_{bağ} - \sqrt{2} \omega_{CD}) \hat{i} + (\frac{\sqrt{2}}{2} V_{bağ} + \sqrt{2} \omega_{CD}) \hat{j} = \frac{15}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{15}{2} \hat{j} \\
\frac{\sqrt{2}}{2} V_{bağ} - \sqrt{2} \omega_{CD} &= \frac{15}{2} \sqrt{3} \\
\Rightarrow \quad V_{bağ} &= \frac{15}{4} (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 3,88 \text{ cm/s} \\
\vec{a}_p &= \vec{a}_{bağ} + \vec{a}_{sür} + \vec{a}_{cor} , \quad \vec{a}_{bağ} = \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bağ} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bağ} \hat{j} , \quad \vec{a}_{sür} = \omega_{CD} \vec{k} \wedge \overrightarrow{CP} + \omega_{CD} \vec{k} \wedge \vec{v}_{sür} \\
\vec{a}_{cor} &= 2 \omega_{CD} \vec{k} \wedge \vec{v}_{bağ} , \quad \vec{a}_p = -\alpha_{AB} \vec{k} \wedge \overrightarrow{AP} - \omega_{AB} \vec{k} \wedge \vec{v}_p , \quad \vec{v}_{sür} = 10,244 \hat{i} - 10,244 \hat{j} \\
\vec{V}_{bağ} &= 2,745 \hat{i} + 2,745 \hat{j} , \quad \vec{a}_p = -\vec{k} \wedge \left(\frac{3}{2} \hat{i} + \frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{j}\right) - 5 \vec{k} \wedge \left(\frac{15}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{15}{2} \hat{j}\right) \\
\vec{a}_p &= \frac{3}{2} \sqrt{3} \hat{i} - \frac{75}{2} \hat{j} + \left(-\frac{3}{2} \sqrt{3}\right) \hat{j} \\
\vec{a}_{sür} &= \alpha_{CD} \vec{k} \wedge (\sqrt{2} \hat{i} + \sqrt{2} \hat{j}) - 7,244 \vec{k} \wedge (10,244 \hat{i} - 10,244 \hat{j}) \\
\vec{a}_{cor} &= (-\sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21) \hat{i} + (\sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21) \hat{j} , \quad \vec{a}_{cor} = -2 \star 7,244 \vec{k} \wedge (2,745 \hat{i} + 2,745 \hat{j}) \\
\vec{a}_{cor} &= 39,77 \hat{i} - 39,77 \hat{j} ,
\end{align*}
\]
\[ \ddot{a}_p = \left( \frac{3}{2} \sqrt{3} - \frac{75}{2} \right) \dot{i} + \left( -\frac{3}{2} - \frac{75}{2} \sqrt{3} \right) \dot{j} = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bag.} \dot{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bag.} \dot{j} \right) + \\
+ [(-\sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21) \dot{i} + (\sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21) \dot{j}] + (39,77 \dot{i} - 39,77 \dot{j}) \]

\[ \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bag.} - \sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21 + 39,77 = \frac{3}{2} \sqrt{3} - \frac{75}{2} \]

\[ \frac{\sqrt{2}}{2} a_{bag.} + \sqrt{2} \alpha_{CD} - 74,21 - 39,77 = -\frac{3}{2} - \frac{75}{2} \sqrt{3} \]

\[ \Rightarrow \]

\[ \alpha_{CD} = 16,97 \text{ rad} / \text{s}^2 \]

\[ a_{bag} = 33,281 \text{ cm} / \text{s}^2 \]
MAKİNE 2 G4  2003-2004 GÜZ YARIYILI DİNAMİK DERSİ 3. VİZE SORULARI VE CEVAPLARI

SORU 1) A pimi etrafında dönen AB çubuğu B ucundan , D pimi etrafında dönen CD çubuğu C ucundan BC Çubuğuna mafsallıdır. AB çubuğu saat ibreleri yönünde \( \omega_{AB} = 5 \text{ rad} / \text{s} \) sabit açısal hız ile dönyor . Sistem şekilde verilen konumdan geçerken a) BC çubuğunun açısal hızını  b) BC çubuğunun açısal ivmesini  c) G noktasının ivmesini bulunuz.

\[ \begin{align*}
\text{Çözüm :} \\
\text{a)} & \quad V_B = \overrightarrow{AB} \times \omega_{AB}, \quad \overrightarrow{AB} = \sqrt{0.6^2 + 0.9^2}, \quad \overrightarrow{AB} = 1.17, \quad V_B = 5\sqrt{1.17}, \quad V_B = 5.41 \text{ m/s} \\
& \quad V_B = \overrightarrow{IB} \times \omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{V_B}{IB}, \quad \overrightarrow{IB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{2}, \quad \omega_{BC} = 2\omega_{AB}, \quad \omega_{BC} = 10 \text{ rad} / \text{s} \\
\text{b)} & \quad \ddot{a}_c = \ddot{a}_b + \ddot{a}_{BC}, \quad \ddot{a}_c = \alpha_{CD} \ddot{k} = DC + \alpha_{CD} \ddot{k} = \ddot{V}_C, \quad \overrightarrow{DC} = -0.6 \ddot{i} + 0.9 \ddot{j}, \quad V_C = \overrightarrow{IC} \times \omega_{BC} \\
& \quad \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} \Rightarrow \quad V_C = V_B, \quad \omega_{CD} = \omega_{AB}, \quad \ddot{V}_C = 5\ddot{k} \wedge (-0.6 \ddot{i} + 0.9 \ddot{j}), \quad \dddot{V}_C = -4.5 \dddot{i} - 3 \dddot{j} \\
& \quad \dddot{a}_c = (15 - 0.9\alpha_{CD}) \dddot{i} + (-22.5 - 0.6\alpha_{CD}) \dddot{j}, \quad \dddot{a}_b = 5\ddot{k} \wedge (-4.5 \dddot{i} + 3 \dddot{j}), \quad \dddot{a}_b = -15 \dddot{i} - 22.5 \dddot{j} \\
& \quad \dddot{a}_{BC} = \alpha_{BC} \ddot{k} \wedge \overrightarrow{BC} + \omega_{BC} \dddot{k} \wedge \dddot{V}_{C/B}, \quad \dddot{V}_{C/B} = \dddot{V}_C - \dddot{V}_B, \quad \dddot{V}_{C/B} = -6 \dddot{i}, \quad \overrightarrow{BC} = 0.6 \ddot{i} \\
& \quad \dddot{a}_{BC} = \alpha_{BC} \ddot{k} \wedge 0.6 \dddot{i} - 10 \dddot{k} \wedge -6 \dddot{j}, \quad \dddot{a}_{BC} = -60 \dddot{i} + 0.6\alpha_{BC} \dddot{j} \\
& \quad \dddot{a}_c = (15 - 0.9\alpha_{CD}) \dddot{i} + (-22.5 - 0.6\alpha_{CD}) \dddot{j} = (-15 \dddot{i} - 22.5 \dddot{j}) + (-60 \dddot{i} + 0.6\alpha_{BC} \dddot{j}) \\
15 - 0.9\alpha_{CD} &= -75 \\
-22.5 - 0.6\alpha_{CD} &= -22.5 + 0.6\alpha_{BC} \\ \\
\alpha_{CD} &= 100 \text{ rad} / \text{s}^2, \quad \alpha_{BC} = -100 \text{ rad} / \text{s}^2 \\
\dddot{a}_G = \dddot{a}_b + \dddot{a}_{G/B} \\
\dddot{a}_{G/B} = \alpha_{AB} \ddot{k} \wedge BG + \omega_{AB} \ddot{k} \wedge \dddot{V}_{G/B}, \quad \dddot{a}_{G/B} = -30 \dddot{i} - 30 \dddot{j}, \quad \dddot{a}_G = -45 \dddot{i} - 52.5 \dddot{j} \\
\end{align*} \]
SORU 2 ) BD ve EH gibi iki çubuk altıgen bir bloğun içine açılan iki delikten geçmektedir. (Delikler farklı düzlemde olduklarından çubuklar birbirlerine dokunmuyor.) BD Çubuğun saat yönünde $\omega$ hızı ile döndüğüne göre $\theta = 60^\circ$ için a) EH çubuğunun açısal hızını b) Bloğun BD çubuğuna göre bağılı hızını c) Bloğun EH çubuğuna göre bağılı hızını bulunuz. (Çubuklar arasındaki açısını sabit olduğuna dikkat ediniz.)

\[
\begin{align*}
\vec{V}_p &= \vec{V}_\text{bağ} + \vec{V}_\text{sür} \\
\vec{V}_\text{bağ} &= V_\text{bağ} \sin 60^\circ \hat{i} + V_\text{bağ} \cos 60^\circ \hat{j} \\
\vec{V}_\text{sür} &= -\omega \hat{k} \times \overrightarrow{BP} \\
V_\text{bağ} &= \frac{\sqrt{3}}{2} L \omega \hat{i} + \frac{1}{2} V_\text{bağ} \hat{j} \\
V_\text{bağ} &= \frac{\sqrt{3}}{2} L \omega \hat{i} - \frac{1}{2} V_\text{bağ} \hat{j} \\
\overrightarrow{BP} &= \sqrt{3} \hat{i} + \frac{1}{2} V_\text{bağ} \hat{j} \\
\vec{V}_\text{sür} &= -\omega \hat{k} \times \overrightarrow{EP} \\
\overrightarrow{EP} &= L \sin 60^\circ \hat{i} + L \cos 60^\circ \hat{j} \\
\vec{V}_\text{sür} &= \frac{1}{2} L \omega \hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} L \omega \hat{j}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\begin{cases}
V_{\text{bağ} I} &= L \omega \\
V_{\text{bağ} II} &= L \omega
\end{cases}
\end{align*}
\]
SORU 3) Kütlesi 3 kg olan 75 cm uzunluğundaki bir AB çubuğu, O etrafında saat ibreleri yönünde \( \omega_o = 10 \text{ rad/s} \) sabit açısal hız ile dönen bir diske bağlanmıştır. Sistem şekilde verilen konumdan geçerken A ve B mafsallarından çubuğa uygulanan kuvvetleri hesaplayınız.

\[
m = 3 \text{ kg}, \quad \overline{OA} = 30 \text{ cm}, \quad \overline{AB} = 75 \text{ cm}
\]

Çözüm :

\[
\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha_{AB} \Rightarrow R_{Ax} \overline{OB} \hat{x} + R_{Ay} \overline{OA} \hat{y} = \frac{1}{12} m L^2 \alpha_{AB}, \quad \overline{OB} = \sqrt{0,75^2 - 0,3^2}, \overline{OB} = \sqrt{0,4725} \text{ m}
\]

\[
0,4725 \ R_{Ax} + 0,3 \ R_{Ay} = 0,28125 \alpha_{AB}
\]

\[
\sum F_x = m a_{Gx} \Rightarrow R_{Ax} + R_B = m a_{Gx}
\]

\[
\sum F_y = m a_{Gy} \Rightarrow R_{Ay} - mg = m a_{Gy}
\]

\[
\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}, \quad \vec{a}_A = -\overline{OA} \omega_o^2 \hat{i}, \quad \vec{a}_A = -0,3 \times 10^2 \hat{i}, \quad \vec{a}_A = -30 \hat{i}
\]

\[
\vec{a}_{G/A} = \alpha_{AB} \vec{k} \land \overline{AG} + \omega_{AB} \vec{k} \land \vec{V}_{G/A}, \quad \overline{AG} = -0,15 \hat{i} + \frac{\sqrt{0,4725}}{2} \hat{j}
\]

\[
\vec{a}_{B/A} = \alpha_{AB} \vec{k} \land \overline{AB} + \omega_{AB} \vec{k} \land \vec{V}_{B/A}, \quad \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A, \quad \vec{a}_B = a_B \hat{j}, \quad \vec{a}_{B/A} = 30 \hat{i} + a_B \hat{j}
\]

\[
\vec{V}_{B/A} = \vec{V}_B - \vec{V}_A, \quad \vec{V}_A = -\overline{OA} \times \omega_o \hat{j}, \quad \vec{V}_A = -3 \hat{j}, \quad \overline{AB} = -0,3 \hat{i} + \sqrt{0,4725} \hat{j}
\]

Ani dönme merkezi sonsuzda olduğundan \( \omega_{AB} = 0 \), \( V_B = V_A \), \( \vec{V}_{B/A} = \vec{0} \) ve \( \vec{V}_{G/A} = \vec{0} \) dir.
\[ \vec{V}_B = -3 \hat{j}, \quad \vec{a}_{B/\alpha} = \alpha_{AB} \hat{k} \wedge (-0.3 \hat{i} + \sqrt{0.4725} \hat{j}), \quad \vec{a}_{B/\alpha} = -\sqrt{0.4725} \alpha_{AB} \hat{i} - 0.3 \alpha_{AB} \hat{j} \]

\[ \vec{a}_{B/\alpha} = 30 \hat{i} + a_{\beta} \hat{j} = -\sqrt{0.4725} \alpha_{AB} \hat{i} - 0.3 \alpha_{AB} \hat{j} \Rightarrow \]

\[ \alpha_{AB} = -\frac{30}{\sqrt{0.4725}} \text{ rad/s}^2, \quad a_{\beta} = \frac{9}{\sqrt{0.4725}} \text{ m/s}^2 \]

\[ \vec{a}_{G/\alpha} = -\frac{30}{\sqrt{0.4725}} \hat{k} \wedge (-0.15 \hat{i} + \sqrt{0.4725} \hat{j}), \quad \vec{a}_{G/\alpha} = 15 \hat{i} + \frac{4.5}{\sqrt{0.4725}} \hat{j} \]

\[ \vec{a}_G = -15 \hat{i} + \frac{4.5}{\sqrt{0.4725}} \hat{j} \]

\[ R_{Ax} + R_y = -45 \]

\[ R_{Ay} - mg = \frac{13.5}{\sqrt{0.4725}} \]

\[ \sqrt{0.4725} R_{Ax} + 0.3 R_{Ay} = -\frac{8.4375}{\sqrt{0.4725}} \]

\[ \begin{align*}
R_{Ax} &= -42.14 \text{ N,} & R_{Ay} &= 49.07 \text{ N,} & R_d &= 64.7 \text{ N,} \\
R_y &= -2.87 \text{ N}
\end{align*} \]
Soru 1) Şekildeki gibi C pimi etrafında dönen CP koluna P de mafsallı P bileziği, O etrafında dönen OB kolu üzerinde hareket edebilmiştir. Sistem şekilde verilen konumdan geçerken OB kolunun açısal hızı \( \omega_{OB} = 2 \text{ rad} / \text{s} \) ve açısal ivmesi \( \alpha_{OB} = 8 \text{ rad} / \text{s}^2 \) olduğu göre bu an için CP kolunun a) açısal hızını b) açısal ivmesini bulunuz. c) P bileziğinin OB çubukuna göre bağlı ivmesini hesaplayınız.

Çözüm:

a) \( \ddot{V}_P = \dot{V}_{bag.} + \dot{V}_{sur.} \)
\( \dot{V}_{bag.} = V_{bag.} \hat{j}, \quad \dot{V}_{sur.} = -\omega_{OB} \overline{OP} \hat{i}, \quad \ddot{V}_{sur.} = -20 \hat{i}, \quad \ddot{V}_P = -20 \hat{i} + V_{bag.} \hat{j} \)
\( \ddot{V}_P = -6 \omega_{CP} \hat{i} + 8 \omega_{CP} \hat{j} = -20 \hat{i} + V_{bag.} \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \omega_{cp} = \frac{10}{3} \text{ rad} / \text{s}, \quad V_{bag.} = \frac{80}{3} \text{ cm} / \text{s} \)

b), c) \( \ddot{a}_P = \ddot{a}_{bag.} + \ddot{a}_{sur.} + \ddot{a}_{cor.} \)
\( \ddot{a}_{bag.} = a_{bag.} \hat{j}, \quad \ddot{a}_{sur.} = -\alpha_{OB} \overline{OP} \hat{i} - \omega_{OB} \overline{OP} \hat{j}, \quad \ddot{a}_{sur.} = -80 \hat{i} - 40 \hat{j} \)
\( \ddot{a}_{cor.} = 2 \omega_{OB} \hat{k} \wedge \hat{V}_{bag.}, \quad \ddot{a}_{cor.} = 4 \hat{k} \wedge \frac{80}{3} \hat{j}, \quad \ddot{a}_{cor.} = \frac{320}{3} \hat{i}, \quad \ddot{a}_P = \frac{560}{3} \hat{i} + (a_{bag.} - 40) \hat{j} \)
\[ \ddot{a}_p = \alpha_{cP} \vec{k} \wedge \vec{CP} + \omega_{cP} \vec{k} \wedge \vec{V}_p, \quad \vec{V}_p = -20 \vec{i} + \frac{80}{3} \vec{j} \]

\[ \ddot{a}_p = \alpha_{cP} \vec{k} \wedge (8 \vec{i} + 6 \vec{j}) + \frac{10}{3} \vec{k} \wedge (-20 \vec{i} + \frac{80}{3} \vec{j}), \quad \ddot{a}_p = (-6 \alpha_{cP} - \frac{800}{9}) \vec{i} + (8 \alpha_{cP} - \frac{200}{3}) \vec{j} \]

\[ \ddot{a}_p = (-6 \alpha_{cP} - \frac{800}{9}) \vec{i} + (8 \alpha_{cP} - \frac{200}{3}) \vec{j} = -\frac{560}{3} \vec{i} + (a_{bag} - 40) \vec{j} \]

\[ -6 \alpha_{cP} - \frac{800}{9} = -\frac{560}{3} \]
\[ 8 \alpha_{cP} - \frac{200}{3} = a_{bag} - 40 \]

\[ \begin{aligned} &\Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha_{cP} = \frac{440}{27}, &\alpha_{cP} = 16.3 \text{ rad/s} \\ a_{bag} = \frac{280}{27}, &a_{bag} = 103.7 \text{ cm/s}^2 \end{cases} \end{aligned} \]
Soru 2) Yatay eksen etrafında $\omega_A$ açısal hızı ile dönen Bir A diski, düşey eksen etrafında bir B diskini kaymadan yuvarlama şartı ile $\omega_B$ açısal hızı ile döndürmektedir. A diski 600 devir/dakika dönüş hızı ile dönerken, B diskinin merkezine doğru $s = 10 - 0,5t$ bağıntısı ile (burada $s$: cm, $t$: saniye cinsindendir.) yaklaşır $s = r$ iken B diskinin
a) açısal ivmesini,  

b) B çevre noktası ivmesinin şiddetini bulunuz.

\[ r = 5 \text{ cm}, \quad R = 15 \text{ cm} \]

**Çözüm:**

Diskin temas noktalarında ve z eksenii doğrultusunda kayma olmadıgından temas noktasındaki hızların z bileşenleri eşittir.

\[ r \omega_A = s \omega_B \quad \Rightarrow \quad \omega_B = \frac{r}{s} \omega_A, \quad \omega_A = \frac{10 - 0,5t}{60} \pi \text{ rad/s} \]

\[ \omega_B = \frac{100 \pi}{10 - 0,5t}, \quad \alpha_B = \frac{d \omega_B}{dt}, \quad \alpha_A = \frac{50 \pi}{(10 - 0,5t)^2} \]

\[ s = r \text{ de } \omega_B = \frac{100 \pi}{r}, \quad \omega_A = 20 \pi \text{ rad/s} \]

\[ \ddot{a}_B = R \alpha_B \ddot{T} + R \omega_B^2 \dddot{N} \]

\[ \ddot{a}_B = 30 \pi \ddot{T} + 6000 \pi^2 \dddot{N}, \quad a_B = 30 \pi \sqrt{1 + 40000 \pi^2} \text{ cm/s}^2 \]

\[ a_B = 592,2 \text{ m/s}^2 \]
**Soru 3)** Bir A volanı, bir ray üzerinde kaymadan yuvarlanan \( r = 40 \text{ mm} \) yarıçapındaki bir şafat rijit olarak bağlıdır. Sistem ilk hızı harekete bırakılırsa ray üzerinde 1,5 m yol aldıktan sonra merkezin hızı \( V_g = 160 \text{ mm/s} \) oldına göre sistemin atalet yarıçapını hesaplayınız.

![Şekil](image.png)

**Çözüm :**

\[ \tau_{1\rightarrow 2} + T_1 = T_2, \quad \tau_{1\rightarrow 2} = mgh, \quad h = 1,5 \sin 15^0, \quad \tau_{1\rightarrow 2} = 1,5 mg \sin 15^0 \]

\[ T_1 = 0, \quad T_2 = \frac{1}{2} m V_g^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2, \quad V_g = r \omega \Rightarrow \omega = \frac{V_g}{r}, \quad I_G = mk^2 \]

\[ T_2 = \frac{1}{2} m V_g^2 + \frac{1}{2} m k^2 \frac{V_g^2}{r^2}, \quad T_2 = \frac{1}{2} m 0,16 + \frac{1}{2} m k^2 \left( \frac{0,16}{0,04} \right)^2 \]

\[ T_2 = m(0,0128 + k^2) = 1,5 mg \sin 15^0 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{1,5 g \sin 15^0 - 0,0128}{8}} \]

\[ k = 0,689 \text{ metre}, \quad k = 689 \text{ mm} \]
Soru 1) Şekildeki sistemde dik açılı gönye şeklindeki OCD cismi O köşesi etrafında dönebilmektedir. Yatay doğrultuda hareket eden A pimi OC kanalında, düşey doğrultuda hareket eden B pimi OD kanalında da hareket edebilmektedir. A piminin hızının şiddeti B piminin hızının şiddetine bağlı olarak bulunuz.

\[
\vec{V}_A = V_A \hat{i} , \quad \vec{V}_B = V_B \hat{j} , \quad \vec{V}_A = \vec{V}_{bağ_A} + \vec{V}_{sür_A} , \quad \vec{V}_B = \vec{V}_{bağ_B} + \vec{V}_{sür_B}
\]

\[
\vec{V}_{bağ_A} = V_{bağ_A} \cos \theta \hat{i} - V_{bağ_A} \sin \theta \hat{j} , \quad \vec{V}_{bağ_B} = V_{bağ_B} \sin \theta \hat{i} + V_{bağ_B} \cos \theta \hat{j}
\]

\[
\vec{V}_{sür_A} = \hat{\theta} \hat{k} \times \overrightarrow{OA} , \quad \vec{V}_{sür_B} = \hat{\theta} \hat{k} \times \overrightarrow{OB} , \quad \overrightarrow{OA} = x \hat{i} - a \hat{j} , \quad \overrightarrow{OB} = b \hat{i} + y \hat{j}
\]

\[
\vec{V}_A = \vec{V}_{A\hat{i}} = (\vec{\theta} a + V_{bağ_A} \cos \theta) \hat{i} + (\vec{\theta} x - V_{bağ_A} \sin \theta) \hat{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{\theta} a + V_{bağ_A} \cos \theta = V_A
\]

\[
\vec{V}_B = V_{bağ_B} \sin \theta \hat{i} + (\vec{\theta} b + V_{bağ_B} \cos \theta) \hat{j} \quad \Rightarrow \quad -\vec{\theta} y + V_{bağ_B} \sin \theta = V_B
\]

\[
\vec{\theta} x = V_{bağ_A} \sin \theta \quad \Rightarrow \quad V_{bağ_A} = \frac{x}{\sin \theta} , \quad \tan \theta = \frac{a}{x} = \frac{b}{y} \quad \Rightarrow \quad \vec{\theta} y = V_{bağ_B} \sin \theta
\]

\[
\vec{\theta} a + V_{bağ_A} \cos \theta = V_A \quad \Rightarrow \quad V_{bağ_A} \frac{a}{x} \sin \theta + V_{bağ_A} \cos \theta = V_A
\]

\[
\vec{\theta} b + V_{bağ_B} \cos \theta = V_B \quad \Rightarrow \quad V_{bağ_B} \frac{b}{y} \sin \theta + V_{bağ_B} \cos \theta = V_B
\]
Soru 2) Şekildeki planet dişli sisteminde A merkez dişlinin yarıçapı \( R_A \), planet dişlilerinin yarıçapı \( R_B \), dıştaki E dişlinin yarıçapı ise \( R_A + 2R_B \) dir. Özel olarak \( R_A = R_B = 6 \text{ cm} \) olan dişli sisteminde A dişlinin açısal hızı \( \omega_A \) olsun. Diş dişinin hareketsiz olduğu bilindiğine göre a) Planet dişlilerin açısal hızını b) Planet dişlileri birleştiren kolların açısal hızını bulunuz.

Çözüm :

a) T temas noktasında kayma olmadığından A ve B dişlinin bu noktaların hızları birbirine eşittir. Ayrıca E dişli hareketsiz olduğundan B dişlinin I noktasının hızı sıfırdır.

\[
V_t = \omega_A R_A = \omega_B \overrightarrow{TT} \Rightarrow \omega_B = \frac{R_A}{2R_B} , \quad \omega_B = \frac{\omega_A}{2}
\]

b) \( V_B = \omega_{BCD} \overrightarrow{AB} \Rightarrow \omega_{BCD} = \frac{V_B}{(R_A + R_B)} , \quad V_B = \omega_B R_B \), \( V_B = \frac{\omega_A}{2} R_B \)

\[
\omega_{BCD} = \frac{\omega_A R_B}{2(R_A + R_B)} , \quad \omega_{BCD} = \frac{\omega_A R_B}{4R_B} , \quad \omega_{BCD} = \frac{\omega_A}{4}
\]
Soru 3) Bir kaldırmma makinesinin volanının kütesi 400 kg ve atalet yarçapı 60 cm dir. 100 kg Kütleli bir yük 2 m/s hızı ile yukarı doğru kaldırılırken makinenin gücü birden kesiliyor. Makine durana kadar yük 4,5 m daha yükseldiği göre, O miline etkiyen sürünme momentinin şiddetini hesaplayınız. 

( r = 25 cm )

Çözüm :
\[ \tau_{1\rightarrow 2} + T_1 = T_2 \]
\[ \tau_{1\rightarrow 2} = -100 \times g \times 4,5 - M \times \Delta \theta \]

Burada \[ \Delta \theta = \frac{4,5}{r} \text{ rad} \], \[ \Delta \theta = 18 \text{ rad} \] Volanın durana kadar dönüş açısı

\[ T_1 = \frac{1}{2} 100 V^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 \]
\[ T_2 = 0 \]
\[ I_o = m k^2 \]
\[ T_1 = \frac{1}{2} 100 V^2 + \frac{1}{2} m k^2 \omega^2 \]

\[ V = r \omega \Rightarrow \omega = \frac{V}{r} \]

\[ T_1 = \frac{1}{2} 100 \times 4 + \frac{1}{2} 400 \times 0,6^2 \left( \frac{2}{0,25} \right)^2 \]
\[ T_1 = 4808 \text{ Nm} \]

\[ 100 \times g \times 4,5 + M \times \Delta \theta = 4808 \Rightarrow M = \frac{4808 - 450g}{\Delta \theta} \]

\[ M = \frac{4808 - 450g}{18} \]
\[ M = 21,86 \text{ Nm} \]
**Soru 1**) Şekildeki krank biyel mekanizmasında OA krank kolu saat ibreleri tersi yönde \( \omega_{OA} = 20 \text{ rad/s} \) (sabit) acısal hız ile O etrafında dönüyor. Sistem şekilde verilen konumdan geçeren D pistonunun hızı ve CD kolumun acısal hızını bulunuz.

\[
\overline{OA} = 40 \text{ cm}, \quad AC = CB = CD = 20\sqrt{37} \text{ cm}
\]

**Çözüm:**

\[
\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{D/C}, \quad \vec{v}_D = V_D \hat{j}
\]

AB çubuğunun ani dönüşme merkezi sonsuzda olduğundan

\[
V_C = V_B = V_A, \quad V_A = \omega_{OA} \overline{OA}, \quad V_A = 800 \text{ cm/s}, \quad V_A = 800 \hat{i}, \quad V_C = 800 \hat{i}
\]

\[
\dot{v}_{D/C} = \omega_{CD} \vec{k} \wedge \overrightarrow{CD}, \quad \overrightarrow{CD} = (D_x - C_x) \hat{i} + (D_y - C_y) \hat{j}, \quad D_x = 120 \text{ cm}
\]

\[
C_x = \frac{\overline{OB}}{2}, \quad \overline{OB} = \sqrt{40^2 \cdot 37 - 40^2}, \quad \overline{OB} = 240 \text{ cm}, \quad C_x = 120 \text{ cm}
\]

\[
D_x - C_x = 0 \quad \text{olduğundan} \quad (D_y - C_y) = -\overrightarrow{CD}, \quad (D_y - C_y) = -20\sqrt{37}
\]

\[
\dot{v}_{D/C} = \omega_{CD} \vec{k} \wedge -20\sqrt{37} \hat{j}, \quad \dot{v}_{D/C} = 20\sqrt{37} \omega_{CD} \hat{i}
\]

\[
\vec{v}_D = V_D \hat{j} = (800 + 20\sqrt{37} \omega_{CD}) \hat{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_D = 0, \quad 800 + 20\sqrt{37} \omega_{CD} = 0
\]

\[
\omega_{CD} = -\frac{40}{\sqrt{37}} \quad , \quad \omega_{CD} = -6,58 \text{ rad/s}
\]
Soru 2) $O_1$ etrafında $n_{O_1O_2} = 180$ devir / dakika dönüş hızı ile saat ibreleri yönünde dönen bir $O_1O_2$ koluna $O_2$ den mafsallı $r_2 = 9 \text{ cm}$ yarıçaplı disk, $r_1 = 18 \text{ cm}$ yarıçaplı sabit bir çemberin içinde kaymadan yuvarlanmaktadır. Aynı anda doğrusal hareket yapabilen bir AP çubuğu dönen diske sürekli temas halindedir. $\varphi = 45^\circ$ için AP çubuğunun hızını bulunuz.

**Çözüm:**

\[ \vec{V}_p = \vec{V}_{bag} + \vec{V}_{sir} . \]
\[ \vec{V}_p = V_p \vec{i} , \quad \vec{V}_{bag} = \omega_{bag} \vec{k} \wedge \overrightarrow{O_2 P} , \quad \vec{V}_{sir} = \vec{V}_{O_2} + \omega_{O_2} \vec{k} \wedge \overrightarrow{O_2 O} , \quad \vec{V}_{O_2} = -\omega_{O_2} \vec{k} \wedge \overrightarrow{O_2 P} \]
\[ \overrightarrow{O_2 P} = -r_2 \cos \varphi \vec{i} - r_2 \sin \varphi \vec{j} , \quad \overrightarrow{O_2 O} = -r_2 \cos \varphi \vec{i} + r_2 \sin \varphi \vec{j} \]
\[ \overrightarrow{O_2 P} = -9 \cos \varphi \vec{i} - 9 \sin \varphi \vec{j} , \quad \overrightarrow{O_2 O} = -9 \cos \varphi \vec{i} + 9 \sin \varphi \vec{j} \]
\[ \omega_{O2} = \frac{2\pi}{60} n_{O_1O_2} , \quad \omega_{O2} = \frac{2\pi}{60} 180 , \quad \omega_{O2} = 6\pi \text{ rad} / s \]
\[ V_{O_2} = r_2 \omega_{O2} , \quad V_{O_2} = 54\pi \text{ cm} / s , \quad V_i = 0 \Rightarrow V_{O_2} = r_2 \omega_{O2} \Rightarrow \omega_{O2} = 6\pi \text{ rad} / s \]
\[ \vec{V}_{O_2} = -6\pi \vec{k} \wedge (-9 \cos \varphi \vec{i} + 9 \sin \varphi \vec{j}) , \quad \vec{V}_{O_2} = 54\pi \sin \varphi \vec{i} + 54\pi \cos \varphi \vec{j} \]
\[ \vec{V}_{bag} = \omega_{bag} \vec{k} \wedge (-9 \cos \varphi \vec{i} - 9 \sin \varphi \vec{j}) , \quad \vec{V}_{bag} = 9 \omega_{bag} \sin \varphi \vec{i} - 9 \omega_{bag} \cos \varphi \vec{j} \]
\[ \omega_{O2} \vec{k} \wedge \overrightarrow{O_2 P} = 54\pi \sin \varphi \vec{i} - 54\pi \cos \varphi \vec{j} \]
\[ \vec{V}_{sir} = 108\pi \sin \varphi \vec{i} \]
\[ \vec{V}_p = V_p \vec{i} = (9 \omega_{bag} \sin \varphi + 108\pi \sin \varphi ) \vec{i} - 9 \omega_{bag} \cos \varphi \vec{j} \Rightarrow \omega_{bag} = 0 \]
\[ 9 \omega_{bag} \sin \varphi + 108\pi \sin \varphi = V_p \]
\[ V_p = 108\pi \sin \varphi , \quad V_p = 239,9 \text{ cm} / s \]
Soru 3) Aynı malzemenin üretilmiş iki disk bir şafak şekilde gösterildiği gibi yerleştirilmiştir. Sistem hareksiz iken şafak ekseninde bir sabit $M_A$ momenti uygulanıp 2 tam devir sonra moment kaldırılmıştır. B diskinin dış çevresi noktasının hızının şiddetinin maksimum olması için $n$ çarpm katsayısı ne olmalıdır.

Çözüm:

$\tau_{1\rightarrow 2} + T_1 = T_2$
$\tau_{1\rightarrow 2} = M \cdot 2 \cdot 2\pi$, $\tau_{1\rightarrow 2} = 4\pi M$

$T_1 = 0$, $T_2 = \frac{1}{2}I_x \omega^2$, $I_x = \frac{1}{2}m_A r^2 + \frac{1}{2}m_B (nr)^2$

$m_A = \rho \pi r^2 b$, $m_B = \rho \pi (nr)^2 3b$, $I_x = \frac{1}{2} \rho \pi br^4 + \frac{3}{2} \rho \pi b n^4 r^4$

$T_2 = \frac{1}{4} \rho \pi b (r^4 + 3n^4 r^4) \omega^2 = 4\pi M \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{16\pi M}{\rho \pi b (r^4 + 3n^4 r^4)}}$

$V_B = nr \omega$, $V_B = \sqrt{\frac{16\pi M n^2 r^2}{\rho \pi b (r^4 + 3n^4 r^4)}}$, $V_B = \frac{16\pi M}{\rho \pi b r^2} \sqrt{\frac{n^2}{1 + 3n^4}}$

$V_B$ nin maksimum olması için $f(n) = \frac{n^2}{1 + 3n^4}$ fonksiyonunun maksimum olması gereklidir. Bunun için fonksiyonun $n$ ye göre türevi alınıp sıfıra eşitlenir.

$$\frac{df(n)}{dn} = \frac{2n}{1 + 3n^4} - \frac{12n^5}{(1 + 3n^4)^2} = 0$$

paydalar eşitlenirse $2n + 6n^5 - 12n^5 = 0$

$2 - 6n^4 = 0$ denklemi elde edilir. Buradan $n^4 = \frac{1}{3}$, $n = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/4}$, $n = 0,76$

bulunur.