

## 9. Fazörler

$$v(t)=Vm \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

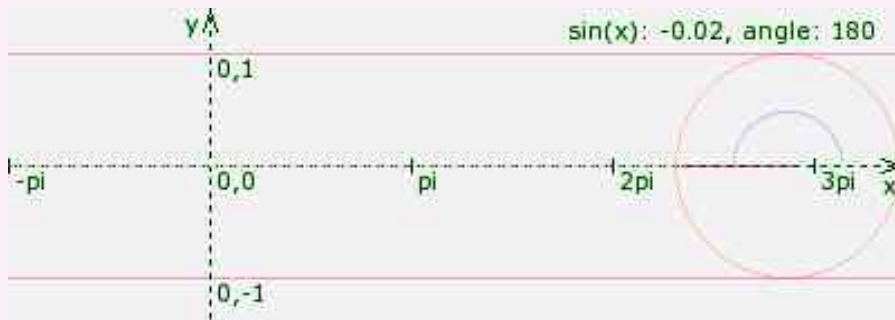
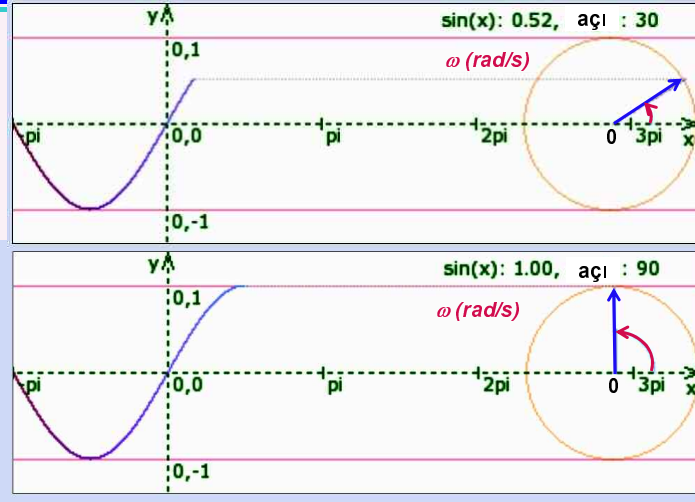
Gerilim fonksiyonunun fazörü

Devre elemanlarının AC kaynaklı akım ve gerilim değişkenlerinde dalga şekli aynıdır. Bununla beraber, genlik ve faz değerleri önemli değişkenlerdir.

Uzunluğu sinüzoidal işaretin genliğine ( $V_m$ ), açısı ( $\theta$ ) ise sinüzoidal işaretin faz farkına eşit olan, bir ok sabit bir açısal hızla ( $\omega$ ) saatin ters yönünde döndürülmesiyle istenilen faz farkıyla sinüzoidal işaretler elde edilebilir (Şekil 9.1).

Bu oka **fazör** adı verilir.

## (Şekil 9.1)



## Örnek 9.1

### Fonksiyon

$$v(t) = 12 \cdot \sin(314 \cdot t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$V_m = 12 \text{ V}$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

$$\theta = 30^\circ$$

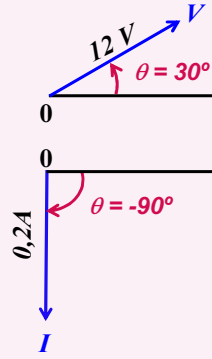
$$i(t) = 0,2 \cdot \cos(1885 \cdot t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$I_m = 200 \text{ mA}$$

$$\omega = 1885 \text{ rad/s} \Rightarrow f = 300 \text{ Hz}$$

$$\theta = -90^\circ$$

### Fazör gösterim



## 9.1 Fazör Gösterimi

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) = \text{Re}[V_m \cdot e^{j(\omega \cdot t + \theta)}]$$

$$v(t) = \text{Re}[V_m \cdot e^{j\theta} \cdot e^{j\omega \cdot t}]$$

$$V = V_m \cdot e^{j\theta}$$

$$\text{Kutupsal biçim: } V = V_m \angle \theta$$

$$\text{Kartezyen biçim: } V = V_m \cdot (\cos\theta + j \cdot \sin\theta)$$

$$\text{Üstel biçim: } V = V_m \cdot e^{j\theta}$$

## 9.2. Fazör Aritmetiği

### 9.2.1. Kutupsal Biçimde Çarpma

$$V = K \cdot (V1 \angle \theta1) \cdot (V2 \angle \theta2)$$

$$V = K \cdot V1 \cdot e^{j\theta1} \cdot V2 \cdot e^{j\theta2}$$

$$V = K \cdot V1 \cdot V2 \cdot e^{j(\theta1+\theta2)}$$

$$V = (K \cdot V1 \cdot V2) \angle (\theta1 + \theta2)$$

### 9.2.2. Kutupsal Biçimde Bölme

$$V = \frac{(V1 \angle \theta1)}{(V2 \angle \theta2)} \cdot \frac{1}{K}$$

$$V = \frac{V1 \cdot e^{j\theta1}}{K \cdot V2 \cdot e^{j\theta2}}$$

$$V = \frac{V1}{K \cdot V2} \cdot e^{j(\theta1-\theta2)}$$

$$V = \left( \frac{V1}{K \cdot V2} \right) \angle (\theta1 - \theta2)$$

### 9.2.3. Kutupsal ve Kartezyen Biçimde Toplama ve Çıkarma

$$V1\angle\theta1 \pm V2\angle\theta2 = V1 \cdot (\cos\theta1 + j \cdot \sin\theta1) \pm V2 \cdot (\cos\theta2 + j \cdot \sin\theta2)$$

**Sayılar kutupsaldan kartezyen biçime dönüştürülür.**

**Toplama :**

$$(a + j \cdot b) + (c + j \cdot d) = (a + c) + j \cdot (b + d)$$

**Çıkarma :**

$$(a + j \cdot b) - (c + j \cdot d) = (a - c) + j \cdot (b - d)$$

**Sonuç kartezyenden kutupsal biçime dönüştürülür.**

### 9.2.4. Kartezyen Biçimde Çarpma ve Bölme

**Çarpma :**

$$(a + j \cdot b) \cdot (c + j \cdot d) = (a \cdot c - b \cdot d) + j \cdot (a \cdot d + b \cdot c)$$

**Bölme :**

**Sayılar önce kartezyenden kutupsala dönüştürülür.**

$$\frac{(a + j \cdot b)}{(c + j \cdot d)} = \frac{V1\angle\theta1}{V2\angle\theta2} = (V1/V2)\angle(\theta1 - \theta2)$$

**Sonuç kutupsaldan kartezyen dönüştürülür.**

$$(V1/V2)\angle(\theta1 - \theta2) = x + j \cdot y$$

## 9.3. Hesap Makinesi ile Çalışma Örnekleri

### A) KARTEZYENDEN KUTUPSAL KOORDİNATLARA DÖNÜŞÜM(fx82MS)

- Hesap makinesi ekranının üstünde derece için **D** görünecek.
- Görünmüyorsa önce **MODE** ve sonra **1** tuşuyla dereceye ayarlanır.

**Kartezyen koordinatlarda  $x=1$  ,  $y=1.732050808$  ise**

- **SHIFT Pol( 1 , 1.732... ) =** tuşlarına sırayla basılır. (ekranda  $\text{Pol}(1,1.732050808)=$  görülür)
- **RCL E cos** tuşlarına sırayla basılır.
- Ekranda genlik  $r=2$  olarak görülür.
- **RCL F tan** tuşlarına basılarak Ekranda açı  $\theta=60$  olarak görülür.

## B) KUTUPSALDAN KARTEZYEN KOORDİNATLARA DÖNÜŞÜM(fx82MS)

- Hesap makinesi ekranının üstünde derece için **D** görünecek.
- Görünmüyorsa önce **MODE** ve sonra **1** tuşuyla dereceye ayarlanır.

**Kutupsal koordinatlarda  $r=2$  ,  $\theta=60$  ise**

- **SHIFT Rec( 2 , 60 ) =** tuşlarına sırayla basılır. (ekranda  $Rec(2,60)=$  görülür)
- **RCL E cos** tuşlarına sırayla basılır.
- Ekranda reel kısım  $x=1$  olarak görülür.
- **RCL F tan** tuşlarına basılarak Ekranda sanal kısım  $y=1.73205...$  olarak görülür.

## A) KARTEZYENDEN KUTUPSAL KOORDİNATLARA DÖNÜŞÜM(Catiga)

- Hesap makinesi ekranının altında derece için **D** görünecek.
- Görünmüyorsa önce **MODE** ve sonra **DRG** tuşuyla dereceye ayarlanır.

**Kartezyen koordinatlarda  $x=3$  ,  $y=4$  ise**

- **3 ALPHA 0 4** tuşlarına sırayla basılır. (ekranda 3, 4 görülür)
- **SHIFT 0** ( $\rightarrow r\theta$  anlamına gelir) tuşlarına sırayla basılır.
- Ekranda genlik  $r=5$  olarak görülür.
- **▶** Tuşuna basılarak Ekranda açı  $\theta=53.1301024$  olarak görülür.

## B) KUTUPSALDAN KARTEZYEN KOORDİNATLARA DÖNÜŞÜM

- Hesap makinesi ekranının altında derece için **[D]** görünecek.
- Görünmüyorsa önce **[MODE]** ve sonra **[DRG]** tuşuyla dereceye ayarlanır.
- Kutupsal koordinatlarda genlik  $r=5$  ve açı  $\theta=53.13$  ise
- **[5]** **[ALPHA]** **[0]** **[53.13]** tuşlarına sırayla basılır. (ekranda 5, 53.13 görülür)
- **[SHIFT]** **[.]** ( $\rightarrow xy$  anlamına gelir) tuşlarına sırayla basılır.
- Ekranda x değeri  $x=3.00000$  olarak görülür.
- **[▶]** Tuşuna basılarak Ekranda y değeri  $y=3.99999$  olarak görülür.

Örnek 9.2  $V1=25\angle 143,13^\circ V$  ve  $V2=11,2\angle 26,57^\circ V$  ise a)  $V1+V2$ , b)  $V1 \cdot V2$ , c)  $V1/V2$  'yi bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a) } V1+V2 &= 25\angle 143,13^\circ + 11,2\angle 26,57^\circ V \\ &= (-20 + j15) + (10 + j5) \end{aligned}$$

$$V1+V2 = -10 + j20 = 22,36\angle 116,56^\circ V$$

$$\text{b) } V1 \cdot V2 = 25\angle 143,13^\circ \cdot 11,2\angle 26,57^\circ V$$

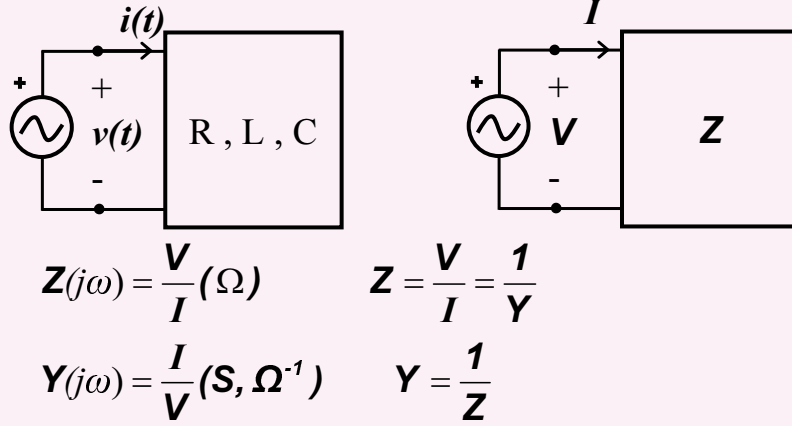
$$V1 \cdot V2 = 280\angle 169,7^\circ V = -275,48 + j50 V$$

$$\text{c) } \frac{V1}{V2} = \frac{25\angle 143,13^\circ}{11,2\angle 26,57^\circ}$$

$$\frac{V1}{V2} = 2,23\angle 116,56^\circ V = -1 + j2 V$$



## 9.4. Empedans, Z ve Admitans, Y



## İletkenlik (G) ve suseptans (B)

**Endüktif :**  $Z = R + j \cdot X_L$        $Z = R - j \cdot X_C$

**Kapasitif :**  $Y = G - j \cdot B_L$        $Y = G + j \cdot B_C$

**Ör 9.3 :**

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{100 \angle 45^\circ}{5 \angle 15^\circ} = 20 \angle 30^\circ \Omega = 17.32 + j10 \Omega$$

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z} = \frac{5 \angle 15^\circ}{100 \angle 45^\circ} = 0.05 \angle -30^\circ S = 0.0433 - j0.025 S$$

$$R = 17.32 \Omega, X_L = 10 \Omega, G = 0.0433 S, B_L = 0.025 S$$

## 9.5. Alternatif Akım (AC), Devrelerinde Güç ve Güç katsayısı

Elektrik devrelerinde güç hesabında üç tip güç kullanılır. Bunlar:

- Gerçek güç (P), (W, Watt)

Aktif, Ortalama güç

$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \cos\theta$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \sin\theta$$

- Reaktif güç (Q), (VAR, Volt Amper Reaktif)

- Karmaşık güç (S), ( S = P + jQ )

Görünür güç |S|, (VA, Volt Amper)

$$\text{Güç Katsayısı} = \frac{P}{S} = |\cos\phi|$$

## AC Güç

$$Z = |Z| \angle \theta$$

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta)$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = I_m \cdot V_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta)$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos\theta + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \theta)]$$

$$p(t) = V_{eff} \cdot I_{eff} [\cos\theta + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \theta)]$$

## Örnek

$$Z = \sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$v(t) = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t - 45^\circ)$$

$$p(t) = V_m \cdot I_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t - 45^\circ) \text{ W}$$

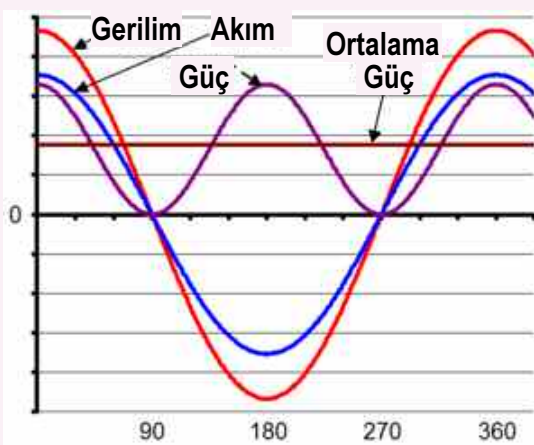
$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos 45^\circ + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 45^\circ)] \text{ W}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \cos 45^\circ$$

$$\theta = 0$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos 0 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 0)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)]$$



$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m$$

$$P = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

$$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

$$Q = 0$$

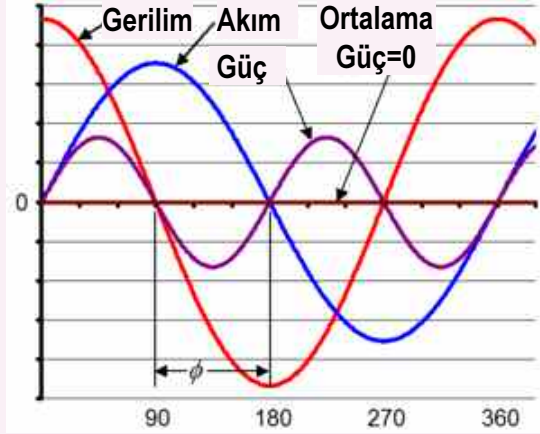
$$S = P$$

$$|\cos \phi| = 1$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos 90^\circ + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 90^\circ)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos(2 \cdot \omega \cdot t - 90^\circ)]$$



$$P = 0$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \sin \theta$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m$$

$$Q = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

$$S = jQ$$

$$|\cos \phi| = 0$$

26 Aralık 2006

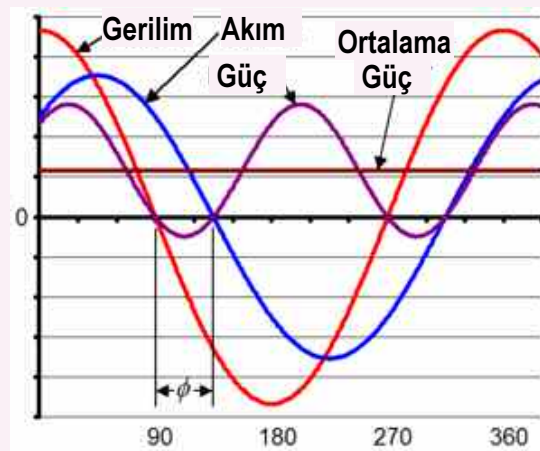
Y.Doç.Dr.Tuncay UZUN

Elektrik Devreleri - 9.Fazörler

23

$$\theta = 45^\circ, \quad p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot [\cos 45^\circ + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 45^\circ)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 45^\circ) \right]$$



$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \cos \theta$$

$$P = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_m \cdot I_m$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \sin \theta$$

$$Q = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_m \cdot I_m$$

$$S = P + jQ$$

$$|\cos \phi| = 0.707$$

26 Aralık 2006

Y.Doç.Dr.Tuncay UZUN

Elektrik Devreleri - 9.Fazörler

24

**Örnek 9.4**  $Z=1+j$  empedansının uçlarındaki gerilim  $V_{eff}=10\cos(\omega t)$  V olduğuna göre  $i(t)$ ,  $p(t)$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  ve güç katsayısını bulunuz.

$$Z = \sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$i(t) = 10 \cdot \cos(\omega \cdot t - 45^\circ)$$

$$p(t) = 100\sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t - 45^\circ) \text{ W}$$

$$p(t) = \frac{1}{2} 100\sqrt{2} \cdot [\cos 45^\circ + \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 45^\circ)] \text{ W}$$

$$p(t) = 50\sqrt{2} + 50\sqrt{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 45^\circ) \text{ W}$$

### Örnek 9.4 DEVAM

$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \cos 45^\circ = \frac{100\sqrt{2}}{2} \cos 45^\circ \text{ W} = 50 \text{ W}$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cdot \sin 45^\circ = 50 \text{ VAR}$$

$$S = 50 + j50$$

$$|S| = 50\sqrt{2} = 70.7 \text{ VA}$$

$$|\cos \phi| = 0.707 \text{ geri faz}$$