Sistem tipi

Bir birim geri beslemeli kapalı çevrim sisteminde ileri yol transfer fonksiyonunun orjinde içerdiği saf integratör sayısına ilgili sistemin TİPİ denir.

Buna göre:

$$G(s) = \frac{4}{s+4}$$

tip-0 bir sistem iken

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)}$$

sistemi TİP-1 bir sistemdir.

$$G(s) = G(s) = \frac{4}{s^4(s+4)(s+5)}$$

ise TİP -4 bir sistem olarak tanımlanır.

Açıktır ki kararlı hal hata değerinin ileri yol transfer fonksiyonunun içerdiği saf integratör sayısı ile doğrudan bir ilişkisi bulunmaktadır. Buna göre özetlersek:

Giriş		Tip-0		Tip-1		Tip-2	
	K.h.h.	St. hata	hata	St. hata	hata	St. hata	hata
step	$\frac{1}{1+K_p}$	$K_p \neq 0$	$\frac{1}{1+K_p}$	$K_p = \infty$	0	$K_p = \infty$	0
Ram	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = 0$	∞	$K_v \neq 0$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = \infty$	0
Par.	$\frac{1}{K_a}$	$K_a = 0$	∞	$K_a = 0$	∞	$K_a \neq 0$	$\frac{1}{K_a}$

Örnek: Bir sistem için $K_p = 1000$ ise sistem hakkında ne söylenebilir?

Açıktır ki sistem TİP-0 bir sistemdir. Mutlaka sabit bir kararlı hal hatasına sahiptir. Giriş test sinyali birim basamaktır ve bu test sinyaline verilen kararlı hal hatası

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1001}$$

olur. ■

Örnek Bir birim geri beslemeli sistmde ileri yol transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+6)(s+7)(s+8)}$$

şeklinde olsun. Kararlı hal hatasını %10 yapmak için K kazancı nasıl seçilmelidir.

Sistem hali hazırda TİP-1 dir. Bu bakımdan test işareti birim rampa şeklinde olmalıdır ki kararlı hal hatası mevcut olsun. Bunun için

$$K_v = \lim_{s\to\infty} sG(s)$$

olacağından hesaplama sonucu bu değer

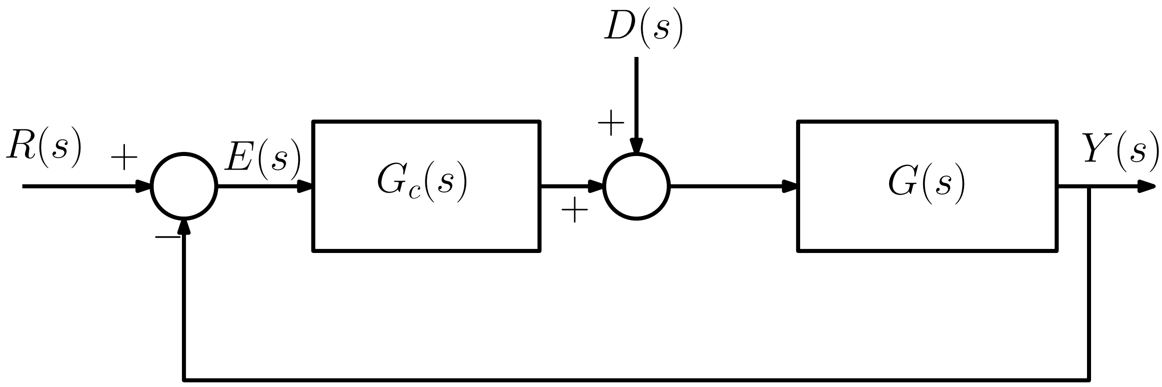
$$K_v = \frac{5K}{6\times 7\times 8}$$

olarak bulunur. Kararlı hal hata değeri $1/K_v$ olduğundan 0.1 kararlı hal hatası için $K_v = 10$ olmalıdır. Buradan da kolaylıkla $K = 672$ olması gerektiği görülür.

Bozucular için kararlı hal hatası

Geri beslemeli kontrol sistemlerinin en önemli kullanım amaçlarından bir tanesi de bozucuların sistem çıkışı üzerinde ki etkisini minimize etmektir. Örneğin bir anten pozisyon kontrol sistemini göz önüne alalım. Bu sistem için rüzgar girişi bir bozucudur ve sistem çıkışı anten pozisyonu ise bunun üzerindeki etkisi sistem davranışını olumsuz etkiler. İşte bu nedenle bu türden bozucuların etkileri en az seviyede olmalıdır. Aşağıdaki şekilde $D(s)$ bozucu girişini sembolize etmektedir.

Bozucular çoğunlukla sisteme etki eden eyleyici çıkışında yada direkt sistem çıkışında bulunurlar. Burada biz bozucunun sistemin hemen girişinde eyleyiciyi etkilediğini varsayacağız.



Açıktır ki bu sistemde

$$Y(s) = E(s)G_c(s)G(s) + D(s)G(s)$$

yazılabilir. Diğer taraftan

$$Y(s) = R(s) - E(s)$$

geçerlidir. Burada $E(s)$ hatası çözülürse

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}R(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}D(s)$$

elde edilir. Kararlı hal hata değeri ise

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1 + G_c(s)G(s)}R(s) - \lim_{s\to 0} \frac{sG(s)}{1 + G_c(s)G(s)}D(s)$$

olarak ifade edilebilir. Burada ilk terim kararlı hal hatasının referans işaretle olan ilişkisini ortaya koyarken, ikinci terim $D(s)$ bozucusunun kararlı hal hatası üzerindeki etkisidir. İlk terimin nasıl minimize edilmesi gerektiği daha önce açıklanmıştı. Bu bakımdan biz burada bozucu etkisini azaltma üzerinde duracağız.

$D(s)$ bozucusunun etkisini şu şekilde irdelemek mümkündür:

$$e_D(\infty) = -\frac{1}{\lim_{s\to 0}\frac{1}{G(s)} + \lim_{s\to 0} G_c(s)}$$

Buradan şu sonuçlara kolaylıkla ulaşılır:

- Bozucuların sistem çıkışını en alt seviye etkilemesi için kontrolörün DC kazancı arttırılmalıdır. Yada

- $G(s)$ plantinin DC kazancı azaltılmalıdır. Bunun yapılması imkansız, zira planti biz değiştiremeyiz. Ancak belli bir oranda kontrolörün DC kazancı arttırılabilir. Bu da yüksek kazançlı kontrolörlere bizi götürür ki, kararlılık üzerinde tehlikeli bir durum yaratabilir. Ayrıca bu yönelim sistemin harcadığı enerjiyi arttırır.

  Örnek: Yukarıda blok diyagramı verilen sistemde $G_c(s) = 1000$ ve
  $$G(s) = \frac{1}{s(s+25)}$$
  ise sistem kararlı hal hatası üzerinde $D(s)$ bozucusunun etkisini irdeleyelim.

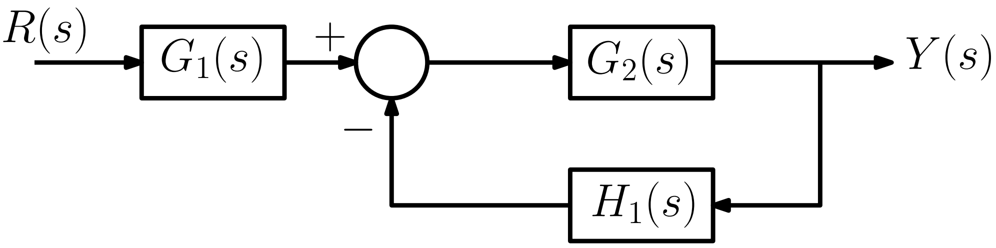
  Açıktır ki
  $$e_D(\infty) = -\frac{1}{\lim_{s\to 0}\frac{1}{G(s)} + \lim_{s\to 0} G_c(s)} = -\frac{1}{0+1000} = -\frac{1}{1000}$$

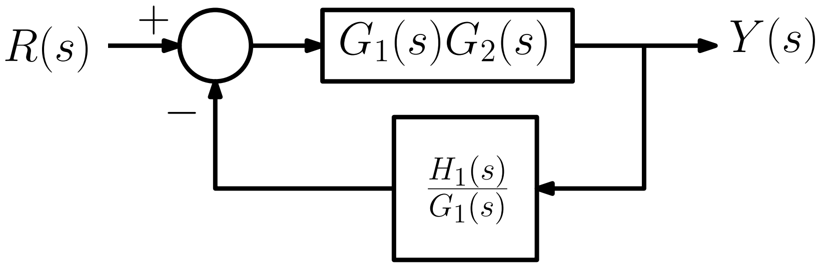
  ■

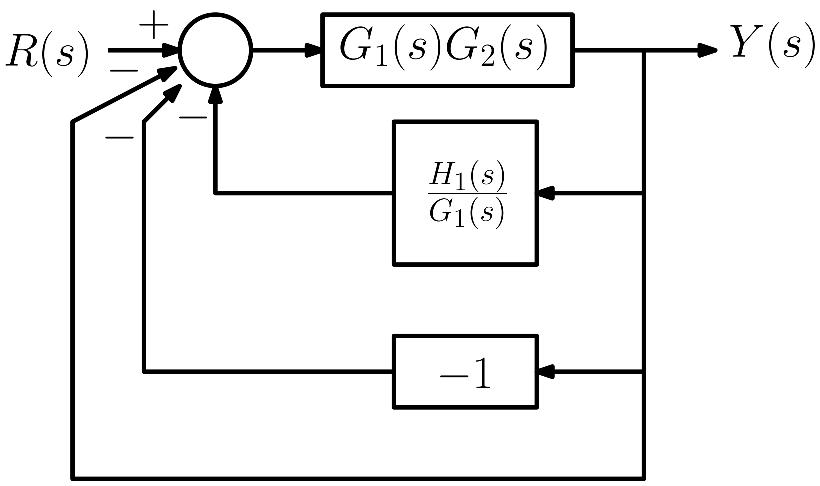
Birim geri beslemeli olmayan sistemlerin kararlı hal yanıtları

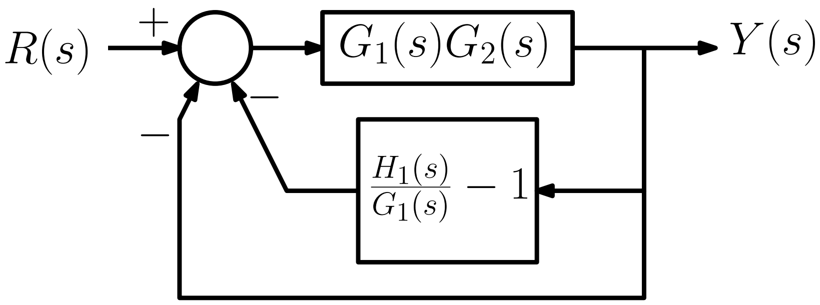
Çoğu kontrol sistemi birim geri beslemeli değildir. Ölçme bloklarının, sensör gürültülerinin daima bir dinamiği vardır ve sistem üzerinde bu etkiler geri besleme hattı üzerine konan bloklarla ifade edilebilir. Ancak, her sistem birim geri beslemeli hale dönüştürülebilir. İşte bu durumda bir önceki bölümde yaptığımız konum, hız ve ivme sabitleri üzerinden kararlı hal hatalarının belirlenmesi mümkün olur.

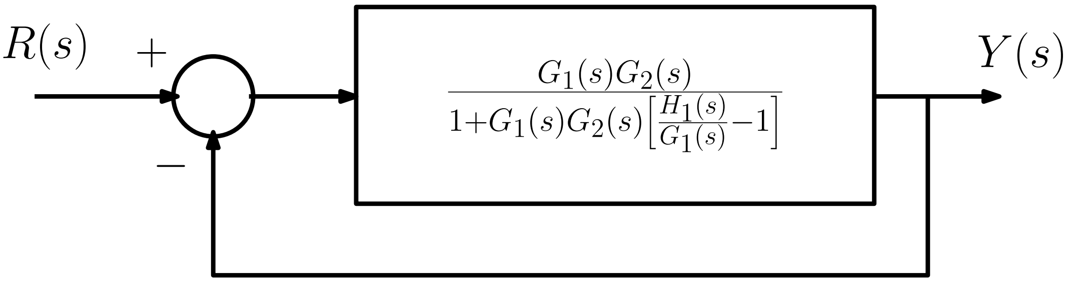
Geri besleme transfer fonksiyonları saf bir kazanç olabileceği gibi, transfer fonksiyonları biçiminde de olabilir. Şimdi bu türden durumları içine alan genel bir yapı üzerinden birim geri beslemeli blok diyagramının nasıl elde edildiğini inceleyelim:


$R(s)$
$G_1(s)$
$+$
$-$
$G_2(s)$
$Y(s)$
$H_1(s)$

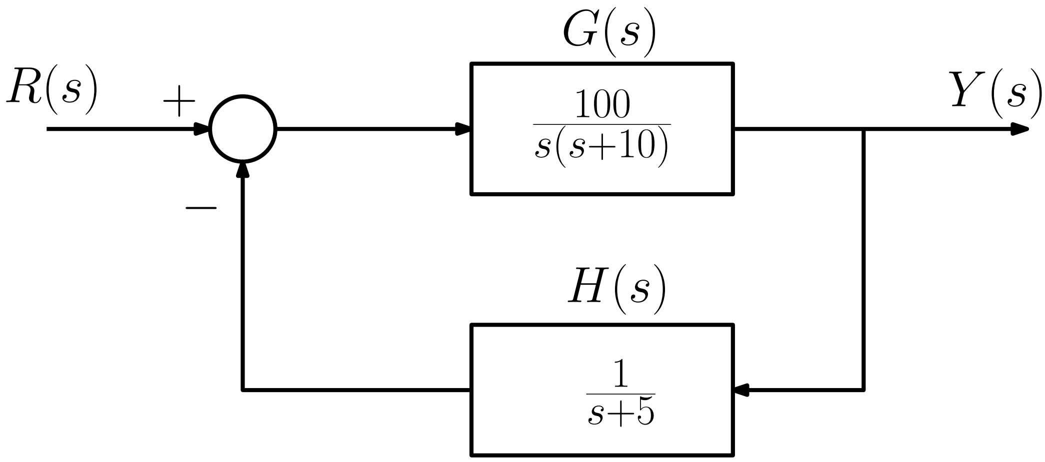

$R(s)$
$+$
$-$
$G_1(s)G_2(s)$
$Y(s)$
$\frac{H_1(s)}{G_1(s)}$


$R(s)$
$+$
$-$
$-$
$-$
$G_1(s)G_2(s)$
$Y(s)$
$\frac{H_1(s)}{G_1(s)}$
-1


$R(s)$
$+$
$-$
$-$
$G_1(s)G_2(s)$
$Y(s)$
$\frac{H_1(s)}{G_1(s)} - 1$


$R(s)$
$+$
$-$
$\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)\left[\frac{H_1(s)}{G_1(s)}-1\right]}$
$Y(s)$

Örnek Aşağıdaki blok diyagramı verilen geri beslemeli sistemin tipini belirleyerek kararlı hal hata değerini giriş birim basamak fonksiyonu şeklinde değiştiğinde hesaplamaya çalışalım:



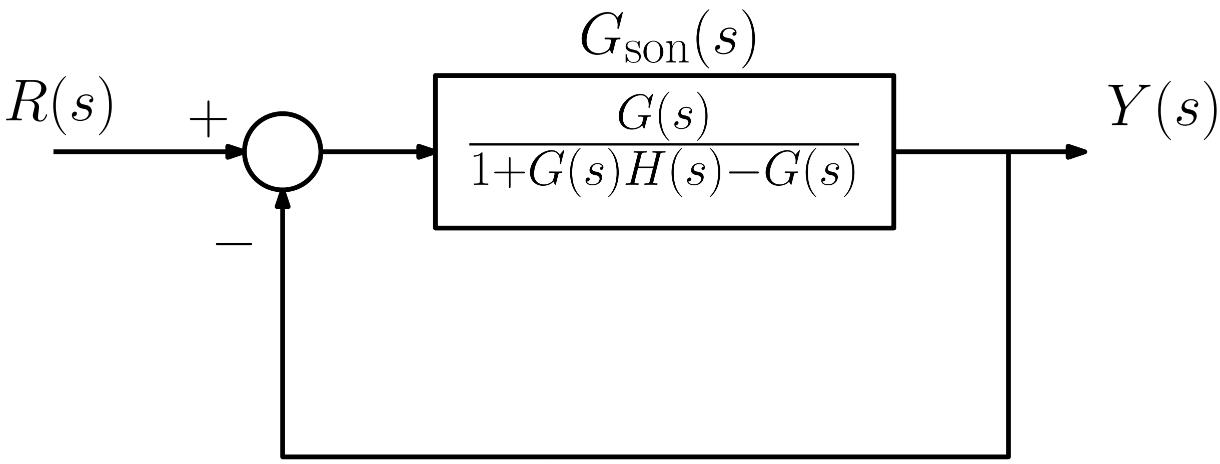
Öncelikle yapılması gereken, kapalı çevrim sistemin kararlı olup olmadığını kontrol etmektir. Zira kararsız bir sistemin kararlı hal hatasından bahsetmek mümkün değil ve anlamsız olur. Bu bağlamda kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{100(s+5)}{s^3+15s^2+50s+100}$$

şeklinde elde edilir. Şimdi kapalı çevrim transfer fonksiyonunun payda polinomunun kararlılığını inceleyelim:

$$\begin{array}{c|lll} s^3 & 1 & 50 & 0 \\ s^2 & \cancel{15}^{3} & \cancel{100}^{2}0 & 0 \\ s^1 & 130/3 & 0 & 0 \\ s^0 & 20 & & \end{array}$$

Sonuç olarak kapalı çevrim sistemin kararlı olduğu görülmektedir. Bu durumda, yukarıda blok diyagramı verilen sistem birim geri beslemeli hale şu şekilde getirilebilir:



Açıktır ki sistem TİP-0 bir sistemdir. Bu durumda

$$K_p = \lim_{s\to 0} G_{\mathrm{son}}(s) = -\frac{100 \times 5}{400} = -\frac{5}{4}$$

şeklinde elde edilir. Kararlı hal hata değeri ise

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = -4$$

olarak bulunur.